



Modellbasierter Entwurf

Name, Vorname	
Matrikelnummer	
Studiengang	
Unterschrift	Tag der Prüfung: 02. April 2020 „online“

Bitte beachten!

1. Prüfen Sie, ob Ihre Klausur vollständig ist. Sie muss aus den durchnummerierten Seiten von 1 bis 8 bestehen. Nehmen Sie die Klausur bitte nicht auseinander. Falls Sie ein unvollständiges Exemplar erhalten haben, lassen Sie sich bitte eine einwandfreie Klausur aushändigen.
2. Zum Bestehen der Klausur sind 50% der Punktzahl - Summe der Punkte aus der Laborübung plus erreichte Punkte der Klausur - erforderlich.
3. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
4. Außer einfachen (nicht programmierbaren) Taschenrechnern sind keine Hilfsmittel zugelassen.
5. Das Betreiben von Mobiltelefonen und Computern ist im Prüfungsraum nicht erlaubt.
6. Schreiben Sie bitte gut leserlich und nicht mit Bleistift. Ihre Klausur wird ansonsten nicht gewertet. Lassen Sie einen Korrekturrand von mindestens 4 cm frei.
7. Mit der Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie prüfungsfähig sind und zu Beginn der Klausur die vollständigen Unterlagen erhalten haben.

Anmerkung: Maximale Punktzahl= 120 Punkte, 100% = 100 Punkte

(Punkte/Note: 95/1,0; 90/1,3; 85/1,7; 80/2,0; 75/2,3; 70/2,7; 65/3,0; 60/3,3; 55/3,7; 50/4,0)

Aufgabe	1	2	3	4	Projekt	Summe		
erreichbare Punkte	20	30	30	15	25	120		
erreichte Punkte							Note:	

Ort und Datum:

Unterschrift:

Aufgabe 1 Numerische Differentiation

Punkte
20

Gegeben ist folgende Gleichung:

$$f(x) = \frac{2}{5} \cdot x^2 - \frac{2}{5} x^3$$

- Bestimmen Sie die erste und zweite Ableitung der Funktion $f(x)$ analytisch. [5 Pkt.]
- Bestimmen Sie den Vorwärts-Differenzen-Quotienten erster Ordnung im Intervall $I = [-2 : 2]$ im äquidistanten Abstand $h = 0.5$ (die Rechnungen sind auf drei Nachkommastellen durchzuführen). [5 Pkt.]
- Bestimmen Sie die Fehlergröße des Differenzen-Quotienten zur analytischen Lösung mit $\epsilon = \dot{f}(x) - D_{f+,x_i}$. [5 Pkt.]
- Bestimmen Sie den symmetrischen Differenzen-Quotienten zweiter Ordnung D''_{f,x_i} im Intervall $I = [-2 : 2]$ im äquidistanten Abstand von $h = 0.5$. [5 Pkt.]

Tragen Sie Ihre Ergebnisse in die gegebene Tabelle ein.

x	$f(x)$	D_{f+,x_i}	$\dot{f}(x)$	ϵ	D''_{f,x_i}
-2					
-1.5					
-1					
-0.5					
0					
0.5					
1					
1.5					
2					

Aufgabe 2 2D-Faltung und numerische Differentiation

Punkte
30

Gegeben ist der eindimensionale, symmetrische Differenzenquotient 2. Ordnung

$$D''_{f,x_i} = \frac{f(x_{i+h}) - 2 \cdot f(x_i) + f(x_{i-h}))}{(x_{i+h} - x_i)^2}$$

$$= \frac{f(x_{i+h}) - 2 \cdot f(x_i) + f(x_{i-h}))}{h^2}$$

- a) Bestimmen Sie für den Differenzenquotient 2. Ordnung die horizontale als auch die vertikale Maske in Form von Matrizen zur Berechnung von $\underline{F''}_x, \underline{F''}_y$ bzw. $\underline{F''}_{x,y}$ für eine diskrete, zweidimensionale Matrix \underline{F}_{xy} . Annahme: $h = 1$. [5 Pkt.]

$$\underline{D''}_x = \frac{1}{\sum |d[m,n]|} \cdot (\dots \dots \dots)$$

$$\underline{D''}_y = \frac{1}{\sum |d[m,n]|} \cdot \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$\underline{D''}_{xy} = \frac{1}{\sum |\dots|} \cdot \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

- b) Bestimmen Sie die Gradienten in x- und y-Richtung mittels Faltung. [10 Pkt.]

Gegeben ist folgende Matrix:

$$\underline{F}_{xy} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 9 & 16 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \end{pmatrix}$$

$$\underline{F''}_x = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 9 & 16 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} * \underbrace{\frac{1}{\dots} \cdot (\dots \dots \dots)}_{\underline{D''}_x} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$\underline{F''}_y = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 9 & 16 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} * \underbrace{\frac{1}{\dots} \cdot \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}}_{\underline{D''}_y} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

c) Beweisen Sie, dass die Filtermaske D''_{xy} separierbar ist. Führen Sie jede Teilrechnung durch! [15. Pkt]

Hinweis: $\underline{F''}_{xy} = \underline{F}_{xy} * \underline{D''}_{xy} = (\underline{F}_{xy} * \underline{D''}_x) * \underline{D''}_y = (\underline{F}_{xy} * \underline{D''}_y) * \underline{D''}_x$

Modellbasierter Entwurf

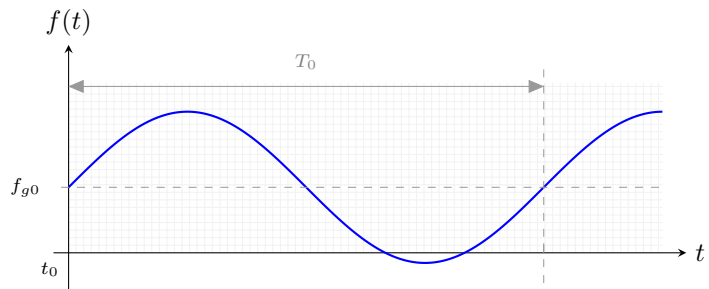
Aufgabe 3 Numerische Integration

Punkte
30

Gegeben ist das Signal

$$f(t) = f_{g0} + \hat{f} \cdot \sin(\omega t),$$

$$\text{mit } f_{g0} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ und } \hat{f} = 1.$$



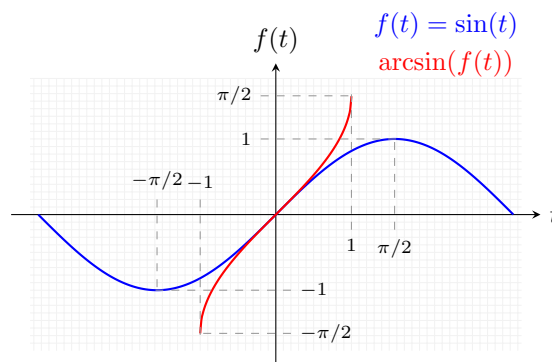
Aufgabenstellung:

- a) Berechnen Sie analytisch den Gleichrichtwert der Funktion $f(t)$. [15 Pkt.]

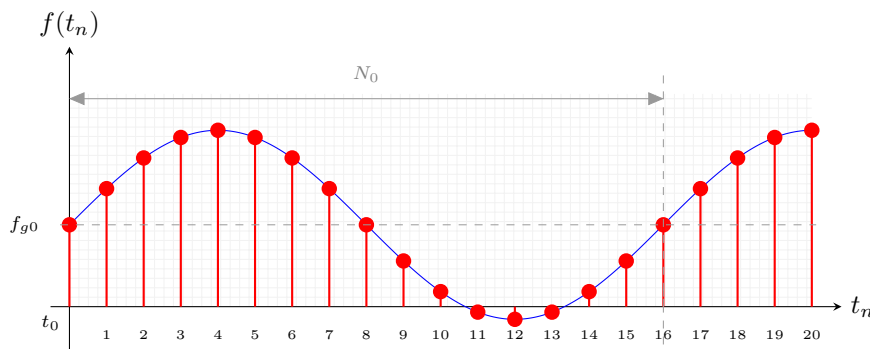
$$\text{Definition: } \overline{|f|} = \frac{1}{T_0} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T_0} |f(t)| dt$$

Hinweis: Bestimmen Sie die Integrationsgrenzen!

$$\arcsin : [-1, 1] \rightarrow [-\pi/2, \pi/2]$$



- b) Bestimmen Sie mittels numerischer Integration den Gleichrichtwert und berechnen Sie den Fehler. Verwenden Sie die Quadraturformel. [15 Pkt.]

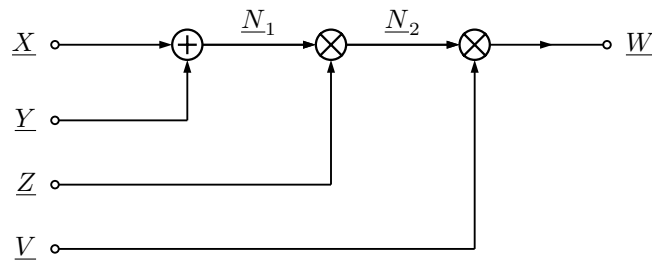


t_n	$f(t_n)$	F_i	$\sum_{i=0}^{n-1} F_i$	t_n	$f(t_n)$	F_i	$\sum_{i=0}^{n-1} F_i$
0	$\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,00000$	0,866025	0,866025	9	$\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,38268$		
1	$\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,38268$			10	$\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,70711$		
2	$\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,70711$			11	$\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,92388$		
3	$\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,92388$			12	$\frac{\sqrt{3}}{2} - 1,0000$		
4	$\frac{\sqrt{3}}{2} + 1,0000$			13	$\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,92388$		
5	$\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,92388$			14	$\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,70711$		
6	$\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,70711$			15	$\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,38268$		
7	$\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,38268$			16	$\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,00000$		
8	$\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,00000$						

Aufgabe 4 System und Zahlendarstellungen

Punkte
15

Gegeben ist folgendes Systemschaltbild:



Gesucht ist eine Realisierung für einen FPGA-Baustein. Die Busbreite vor und nach jeder arithmetischen Operation kann den Erfordernissen derart angepasst werden, damit kein Überlauf erfolgt.

Für die Variablen gelten folgende Zahlenformate:

\underline{X} : uINT 9-Bit

\underline{Y} : INT 10-Bit, 2er-Komplement

\underline{Z} : UQ1.4

\underline{V} : Konstante UQ0.2

Aufgabenstellung:

- Bestimmen Sie die mindest-erforderliche Busbreite für das gegebene Systemschaltbild vor und nach jeder arithmetischen Operation in Abhängigkeit der gültigen Zahlenformate. Geben Sie das dazugehörige, aus den arithmetischen Operationen resultierende Zahlenformat an. [10 Pkt.]
- Beweisen sie die Richtigkeit, indem Sie dem Systemschaltbild entsprechende Berechnungen auf Bit-Ebene und/oder gemäß dem Stellenwertsystem durchführen. Hinweis: Betrachten Sie die Zahlenextreme pro Variable. [5 Pkt]



Notizen: