

**Klausur „Computational Engineering/Embedded Systems (FB VI)“
(WS 2022/23, 01.02.2023)**

Vorname: _____

Name: _____

Matr.-Nr.: _____

3. Prüfungsversuch oder 4. Belegung: ja nein

Wichtige Hinweise:

- Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.
- Die bei den Aufgaben angegebenen Punktzahlen entsprechen in etwa der Zeit in Minuten, die Sie maximal zur Bearbeitung der Aufgaben verwenden sollten.
- Schreiben Sie Ihre Antworten in den nach den Aufgabestellungen dafür vorgesehenen Zeilen bzw. Boxen auf.
- Alle Berechnungen sollten mit MATLAB durchgeführt werden.
- Die Klausur darf nicht auseinander geheftet werden.
- Täuschungsmanöver führen zum sofortigen Ausschluss von der Klausur!

Ich habe die Hinweise zur Kenntnis genommen:

(Unterschrift)

Aufgabe	erreichbare Punkte	erreichte Punkte
1	26	
2	22	
3	22	
4	20	
gesamt	90	

1. Aufgabe (26 Punkte): 400 Einheiten einer radioaktiven Substanz, die innerhalb eines Jahres 1,75% ihrer Masse durch den radioaktiven Zerfall verliert, befinden sich zu einem bestimmten Zeitpunkt in einem Behälter. Bestimmen Sie die Menge der Substanz nach N Jahren, wenn am Ende eines jeden Jahres 3,1 Einheiten derselben Substanz dem vorhandenen Vorrat zugeführt werden.

a) Stellen Sie ein mathematisches Modell für die Berechnung der Substanzmenge nach N Jahren auf **(8 Punkte)**:

b) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion mit vier Input-Parametern (Anzahl der Jahre, Anfangsmenge, zugeführte Substanzmenge, Zerfallsrate) für die Berechnung der Substanzmenge nach N Jahren **(8 Punkte)**.

MATLAB-Code der Funktion:

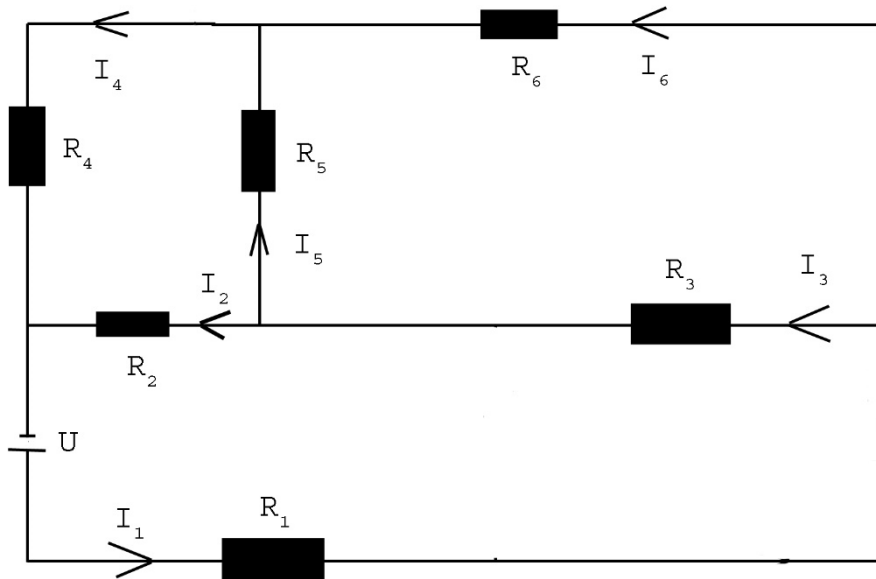
c) Mit der MATLAB-Funktion aus b) berechnen Sie die Substanzmenge nach 100 Jahren mit 2 Nachkommastellen **(2 Punkte)**.

Ergebnis:

d) Mit der MATLAB-Funktion aus b) berechnen Sie die Substanzmenge nach 1, 2, 3, ..., 500 Jahren und visualisieren die Ergebnisse auf einem 2D-Plot **(8 Punkte)**.

Skizze des Plots:

2. Aufgabe (22 Punkte): Berechnen Sie die Stromstärken I_1, \dots, I_6 , wenn an den Stromkreis (s. Abbildung) mit den Widerständen $R_1 = 1,5 \text{ Ohm}$, $R_2 = 1 \text{ Ohm}$, $R_3 = 0,5 \text{ Ohm}$, $R_4 = 1 \text{ Ohm}$, $R_5 = 1,5 \text{ Ohm}$, $R_6 = 0,5 \text{ Ohm}$ die Spannung $U = 4,5 \text{ V}$ angelegt wird.

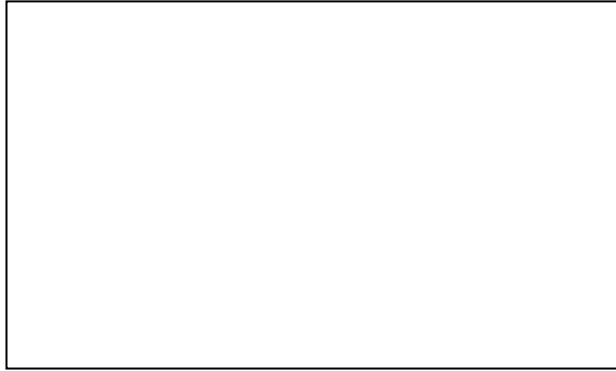


a) Schreiben Sie ein lineares Gleichungssystem für die unbekanntenen Stromstärken I_1, \dots, I_6 , das mithilfe des Ohm'schen Gesetzes und zwei Kirchhoff'schen Regeln aufgestellt wird, auf **(12 Punkte)**:

b) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem aus a) mit MATLAB.

b1) MATLAB-Code **(8 Punkte)**:

b2) Antwort (2 Punkte):



3. Aufgabe (22 Punkte): Mathematisches Modell für die Bewegung eines harmonischen Oszillators mit schwacher Dämpfung unter dem Einfluss einer konstanten Kraft $K_0 > 0$ wird in Form einer Anfangswertaufgabe für eine Differentialgleichung wie folgt aufgestellt:

$$x''(t) + 2 \cdot p \cdot x'(t) + \omega \cdot x(t) = \frac{K_0}{m}, \quad (*)$$
$$x(0) = x_0, x'(0) = x_1.$$

Für die Parameterwerte $p=1$, $\omega=4$, $K_0=6$, $m=3$ und $x_0 = 3$, $x_1 = 4$ lösen Sie die Anfangswertaufgabe (*) mit dem MATLAB-Solver ode45 auf dem Intervall $0 \leq t \leq 10$.

a) Stellen Sie das zu der Anfangswertaufgabe (*) äquivalente System von Differentialgleichungen 1. Ordnung und seine Anfangsbedingungen auf (8 Punkte):

b) MATLAB-Befehle für die numerische Lösung der Anfangswertaufgabe (8 Punkte):

- c) Plotten Sie die Lösung $x(t)$ der Anfangswertaufgabe (*) für die vorgegebenen Parameterwerte auf dem Intervall $0 \leq t \leq 10$.

Skizze des Plots **(4 Punkte)**:

- d) Welchen Wert (mit 2 Nachkommastellen) haben der Ausschlag $x(t)$ des Oszillators und seine Geschwindigkeit zum Zeitpunkt $t=5$? **(2 Punkte)**

4. Aufgabe (20 Punkte). Gegeben seien die Messwerte

t_i	0,25	0.5	0.75	1
y_i	1	0.2	-0.3	0.1

für eine Größe $y = y(t)$, die die Form $y(t) = \alpha \cdot \sin(2t) + \beta \cdot \cos(3t)$ haben soll. Bestimmen Sie die Parameter α und β optimal im Sinne der Gauß'schen Methode der kleinsten Fehlerquadrate.

- a) Formulierung der Optimierungsaufgabe zur Bestimmung der optimalen Parameter α und β **(8 Punkte)**:

a) Lösen Sie die Aufgabe aus a) mit MATLAB als eine nicht-lineare Optimierungsaufgabe ohne Restriktionen.

b1) MATLAB-Code (**10 Punkte**):

b2) Antwort mit 2 Nachkommastellen (**2 Punkte**):

$\alpha =$	$\beta =$
------------	-----------