

**Klausur „Computational Engineering/Embedded Systems (FB VI)“**

**(WS 2022/23, 01.02.2023)**

Vorname:

Name:

Matr.-Nr.:



**3. Prüfungsversuch oder 4. Belegung:**     ja     nein

**Wichtige Hinweise:**

- Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.
- Die bei den Aufgaben angegebenen Punktzahlen entsprechen in etwa der Zeit in Minuten, die Sie maximal zur Bearbeitung der Aufgaben verwenden sollten.
- Schreiben Sie Ihre Antworten in den nach den Aufgabestellungen dafür vorgesehenen Zeilen bzw. Boxen auf.
- Alle Berechnungen sollten mit MATLAB durchgeführt werden.
- Die Klausur darf nicht auseinander geheftet werden.
- Täuschungsmanöver führen zum sofortigen Ausschluss von der Klausur!

Ich habe die Hinweise zur Kenntnis genommen:

\_\_\_\_\_  
(Unterschrift)

Aufgabe	erreichbare Punkte	erreichte Punkte
1	26	
2	22	
3	22	
4	20	
<b>gesamt</b>	<b>90</b>	

**1. Aufgabe (26 Punkte):** 400 Einheiten einer radioaktiven Substanz, die innerhalb eines Jahres 1,75% ihrer Masse durch den radioaktiven Zerfall verliert, befinden sich zu einem bestimmten Zeitpunkt in einem Behälter. Bestimmen Sie die Menge der Substanz nach N Jahren, wenn am Ende eines jeden Jahres 3,1 Einheiten derselben Substanz dem vorhandenen Vorrat zugeführt werden.

a) Stellen Sie ein mathematisches Modell für die Berechnung der Substanzmenge nach N Jahren auf **(8 Punkte)**:

b) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion mit vier Input-Parametern (Anzahl der Jahre, Anfangsmenge, zugeführte Substanzmenge, Zerfallsrate) für die Berechnung der Substanzmenge nach N Jahren **(8 Punkte)**.

MATLAB-Code der Funktion:

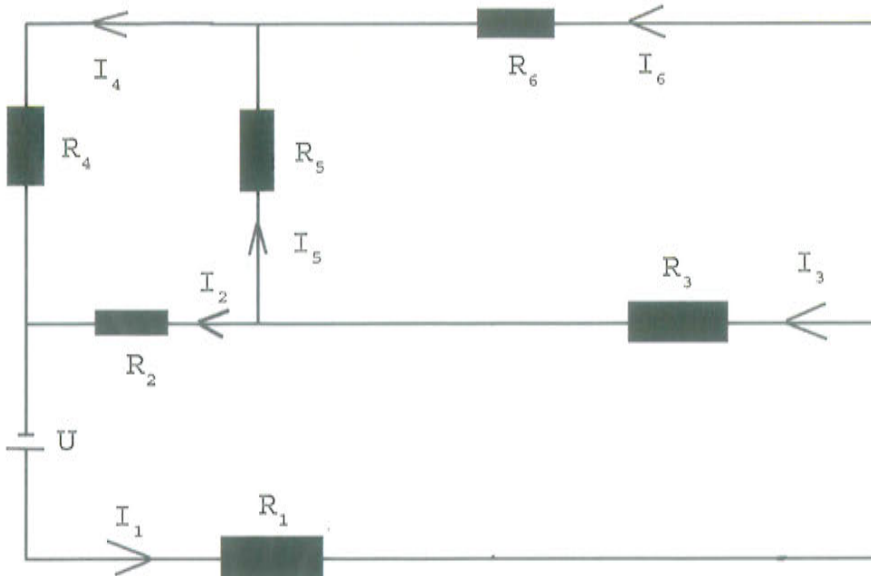
c) Mit der MATLAB-Funktion aus b) berechnen Sie die Substanzmenge nach 100 Jahren mit 2 Nachkommastellen **(2 Punkte)**.

Ergebnis:

d) Mit der MATLAB-Funktion aus b) berechnen Sie die Substanzmenge nach 1, 2, 3, ..., 500 Jahren und visualisieren die Ergebnisse auf einem 2D-Plot **(8 Punkte)**.

Skizze des Plots:

**2. Aufgabe (22 Punkte):** Berechnen Sie die Stromstärken  $I_1, \dots, I_6$ , wenn an den Stromkreis (s. Abbildung) mit den Widerständen  $R_1 = 1,5 \text{ Ohm}$ ,  $R_2 = 1 \text{ Ohm}$ ,  $R_3 = 0,5 \text{ Ohm}$ ,  $R_4 = 1 \text{ Ohm}$ ,  $R_5 = 1,5 \text{ Ohm}$ ,  $R_6 = 0,5 \text{ Ohm}$  die Spannung  $U = 4,5 \text{ V}$  angelegt wird.



a) Schreiben Sie ein lineares Gleichungssystem für die unbekanntenen Stromstärken  $I_1, \dots, I_6$ , das mithilfe des Ohm'schen Gesetzes und zwei Kirchhoff'schen Regeln aufgestellt wird, auf **(12 Punkte)**:

b) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem aus a) mit MATLAB.

b1) MATLAB-Code **(8 Punkte)**:

b2) Antwort (2 Punkte):



**3. Aufgabe (22 Punkte):** Mathematisches Modell für die Bewegung eines harmonischen Oszillators mit schwacher Dämpfung unter dem Einfluss einer Konstanten Kraft  $K_0 > 0$  wird in Form einer Anfangswertaufgabe für eine Differentialgleichung wie folgt aufgestellt:

$$\begin{aligned}x''(t) + 2 \cdot p \cdot x'(t) + \omega \cdot x(t) &= \frac{K_0}{m}, \\x(0) = x_0, x'(0) &= x_1.\end{aligned}\tag{*}$$

Für die Parameterwerte  $p=1$ ,  $\omega=4$ ,  $K_0=6$ ,  $m=3$  und  $x_0=3$ ,  $x_1=4$  lösen Sie die Anfangswertaufgabe (\*) mit dem MATLAB-Solver ode45 auf dem Intervall  $0 \leq t \leq 10$ .

a) Stellen Sie das zu der Anfangswertaufgabe (\*) äquivalente System von Differentialgleichungen 1. Ordnung und seine Anfangsbedingungen auf (8 Punkte):

b) MATLAB-Befehle für die numerische Lösung der Anfangswertaufgabe (8 Punkte):

- c) Plotten Sie die Lösung  $x(t)$  der Anfangswertaufgabe (\*) für die vorgegebenen Parameterwerte auf dem Intervall  $0 \leq t \leq 10$ .

Skizze des Plots (4 Punkte):

- d) Welchen Wert (mit 2 Nachkommastellen) haben der Ausschlag  $x(t)$  des Oszillators und seine Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t=5$ ? (2 Punkte)

**4. Aufgabe (20 Punkte).** Gegeben seien die Messwerte

$t_i$	0,25	0.5	0.75	1
$y_i$	1	0.2	-0.3	0.1

für eine Größe  $y = y(t)$ , die die Form  $y(t) = \alpha \cdot \sin(2t) + \beta \cdot \cos(3t)$  haben soll. Bestimmen Sie die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  optimal im Sinne der Gauß'schen Methode der kleinsten Fehlerquadrate.

- a) Formulierung der Optimierungsaufgabe zur Bestimmung der optimalen Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  (8 Punkte):

a) Lösen Sie die Aufgabe aus a) mit MATLAB als eine nicht-lineare Optimierungsaufgabe ohne Restriktionen.

b1) MATLAB-Code (10 Punkte):

b2) Antwort mit 2 Nachkommastellen (2 Punkte):

$\alpha =$	$\beta =$
------------	-----------