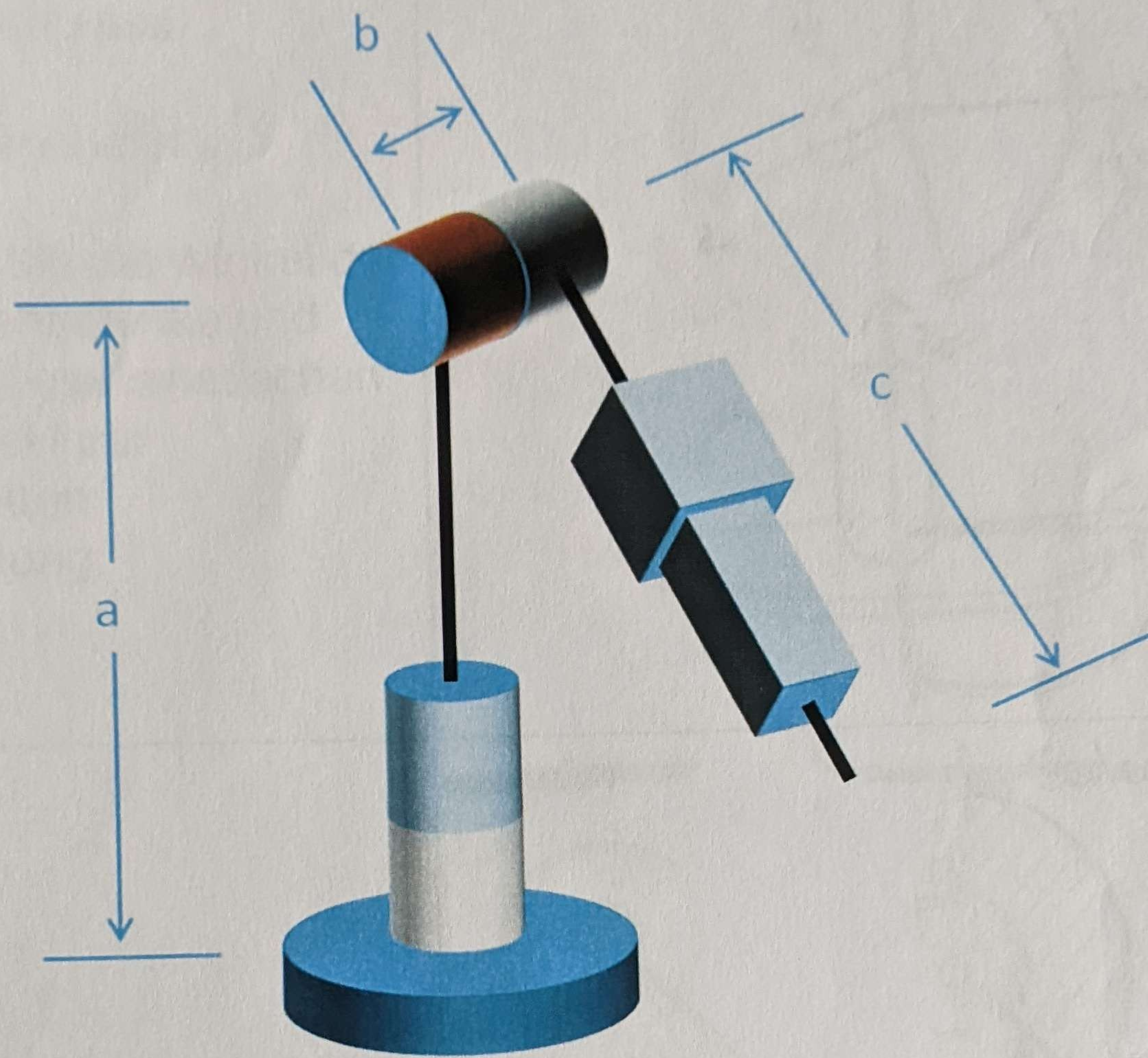
1. Aufgabe

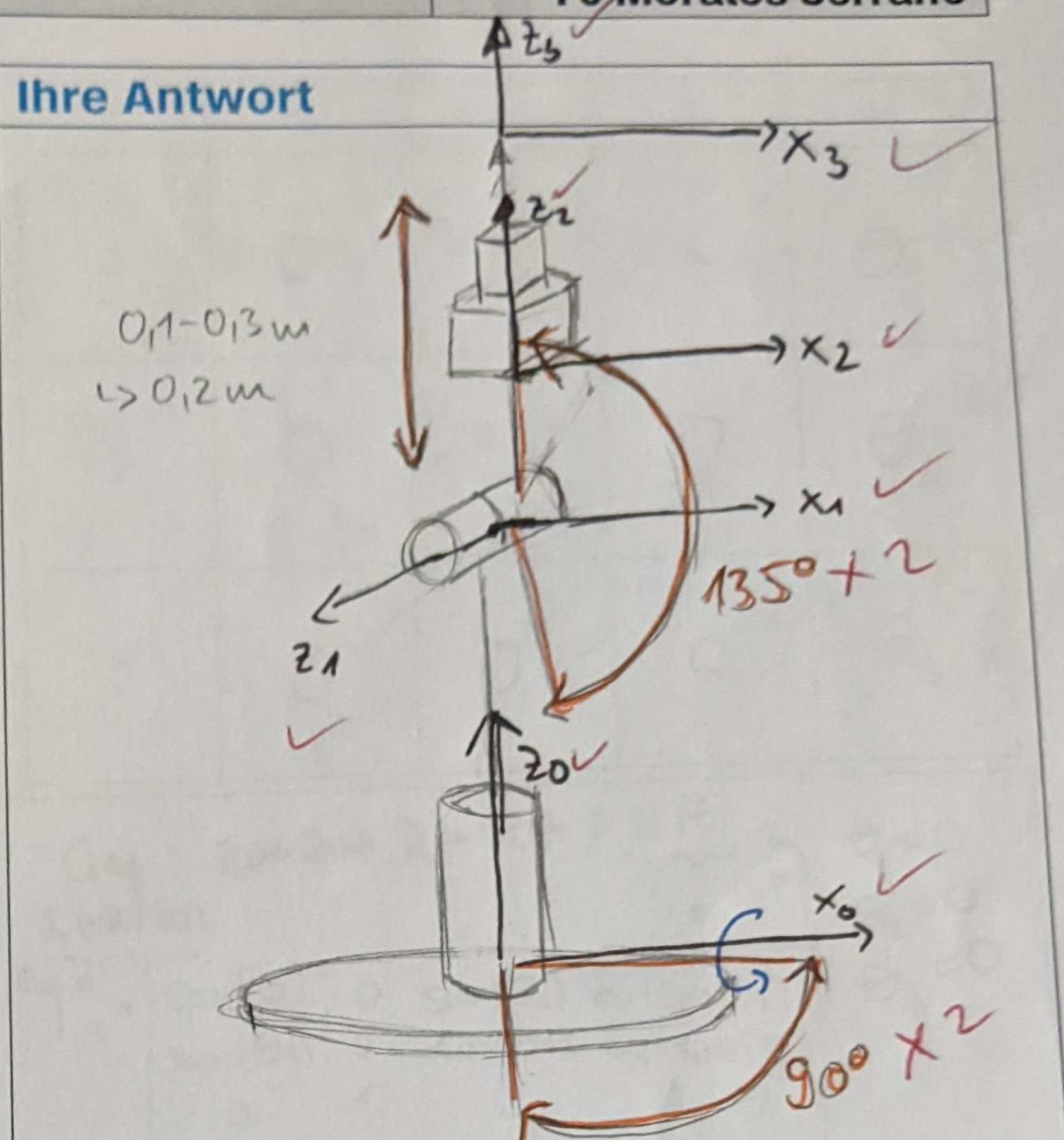
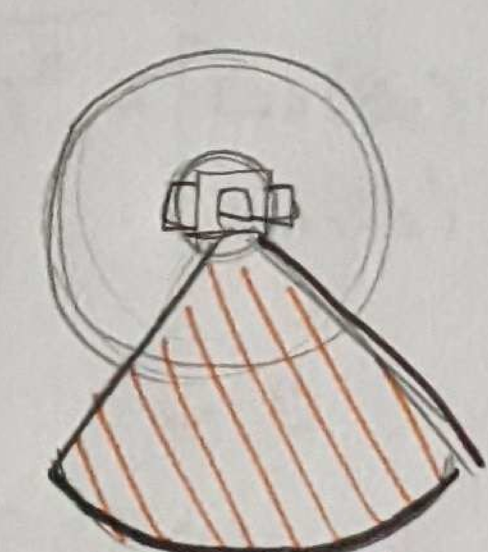
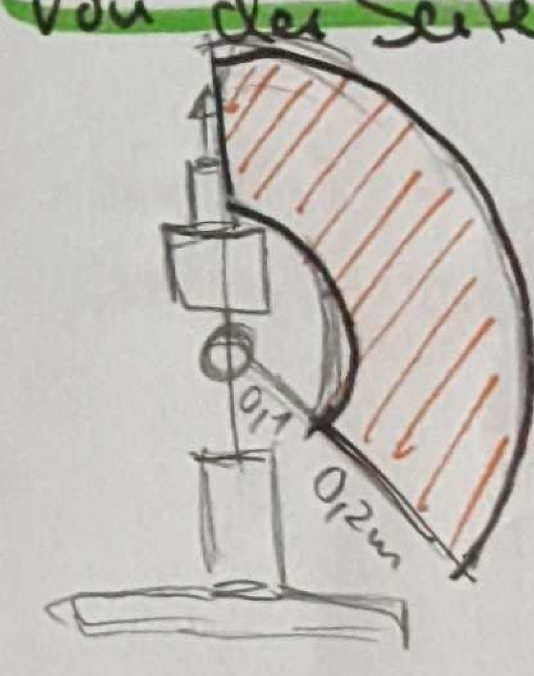
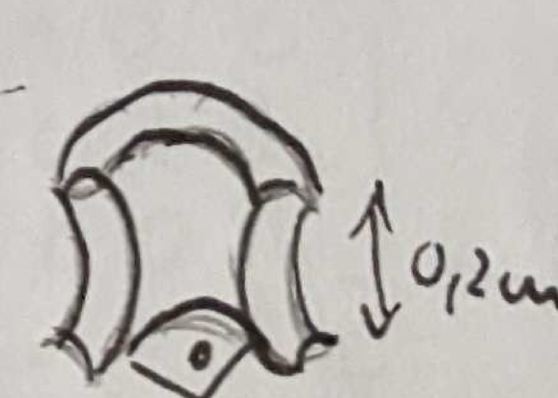
Die Skizze eines Roboters mit drei Achsen wird auf der folgenden Abbildung gezeigt. Der Roboter gehört zum Typen R⊢R⊢P, mit zwei Drehgelenken und einem prismatischen Gelenk.



Sockel

Die geometrischen Parameter des Roboters sind der Tabelle zu entnehmen:

Parameter	Wert
a	0,4 m
b	0,05 m
c - Variabel	0,1 – 0,3 m
Drehbewegung des 1. Drehgelenks	± 90°
Drehbewegung des 2. Drehgelenks	± 135°

Aufgabe	**Ihre Antwort**
a. Richten Sie den Roboter in eine günstige Grundstellung aus. a.1 Zeichnen Sie ihn. a.2 Geben Sie die Winkel der beiden Drehgelenke und den Hub des prismatischen Gelenks bei Ihrer ausgewählten Grundstellung.	
1/2 a.3 Skizzieren und beschreiben Sie den Arbeitsraum **ausführlich**.	von oben:  90° + 2 von der Seite:  + 2 3D:  ◦ ergibt sich aus dem Bereich der 90° und nach 0,1m Abstand zum Roboter bis 0,3m Abstand
a.4 Legen Sie die z-Achsen auf Ihrer Skizze von der Teilaufgabe a. fest.	Auf Ihrer Zeichnung!
a.5 Legen Sie die x-Achsen auf Ihrer Skizze von der Teilaufgabe a. fest.	Auf Ihrer Zeichnung!

b.1 Lesen Sie die Linkparameter und tragen Sie diese in die Tabelle ein.

i	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	90°	a	θ_1
2	b	-90°	0	θ_2
3	0	0°	c	θ_3 0.

b.2 Setzen Sie die Werte der Grundstellung der drei Gelenke in die Transformationsmatrizen ein und berechnen die Position des TCPs bezogen aufs 0. Koordinatensystem.

Geg.: R⊢R⊢P∥P (to TCP) $\theta_1=0$, $\theta_2=0$, $\theta_3=0$

R⊢R(90)

$$ {}^0T_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & \sin(\theta_1) & a_1\cdot\cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) & 0 & -\cos(\theta_1) & a_1\cdot\sin(\theta_1) \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

R⊢P(-90)

$$ {}^1T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & 0 & -\sin(\theta_2) & a_2\cdot\cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & 0 & \cos(\theta_2) & a_2\cdot\sin(\theta_2) \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

P∥P(0)

$$ {}^2T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^0T_3 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 $$

$$ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0{,}4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0{,}05 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0{,}05 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (0{,}4+c) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad TCP = \begin{pmatrix} 0{,}05 \\ 0 \\ 0{,}4+c \end{pmatrix} $$

Anmerkung: hatte erst mit b = 0 gerechnet
hätte y = 0,05 erwartet finde aber gerade nicht den Fehler

c. Bei einer bestimmten Stellung des Roboters ergibt sich die folgende Transformationsmatrix

Spur(R)　　R_R

$$^{0}T_3 = \begin{bmatrix} +0.3622 & +0.7986 & +0.4806 & +0.1361 \\ -0.4806 & +0.6018 & -0.6378 & -0.0975 \\ -0.7986 & +0.0000 & +0.6018 & +0.3204 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c.1 Berechnen Sie den Rotationswinkel in Grad

Formel: $\cos(\theta) = \frac{1}{2} \cdot [\mathrm{Spur}(R_R) - 1]$

~~Spur(R)~~

$= \frac{1}{2} \cdot (0{,}3622 + 0{,}6018 + 0{,}6018 - 1)$

$= 0{,}2829$　$\theta = \mathrm{acos}(0{,}2829) = \underline{\underline{73{,}57°}}$

c.2 Berechnen Sie die Rotationsachse als Vektor

Formel: $\frac{1}{2 \cdot \sin(\theta)} \cdot (R_R - R_R^T) = \begin{bmatrix} 0 & -V_z & V_y \\ V_z & 0 & -V_x \\ -V_y & V_x & 0 \end{bmatrix}$

$$R^T = \begin{bmatrix} 0{,}3622 & -0{,}4806 & -0{,}7986 \\ 0{,}7986 & 0{,}6018 & 0 \\ 0{,}4806 & -0{,}6378 & 0{,}6018 \end{bmatrix}$$

$$\frac{R_R - R^T}{2 \cdot \sin(73{,}57°)} = \frac{\begin{bmatrix} 0 & 1{,}2792 & 1{,}2792 \\ -1{,}2792 & 0 & -0{,}6378 \\ -1{,}2792 & 0{,}6378 & 0 \end{bmatrix}}{2 \cdot \sin(73{,}57°)}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0{,}6668 & \underline{0{,}6668}_{\,V_y} \\ \underline{-0{,}6668}_{\,V_z} & 0 & -0{,}3325 \\ -0{,}6668 & \underset{V_x}{\underline{0{,}3324}} & 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{V = \begin{pmatrix} 0{,}3324 \\ 0{,}6668 \\ -0{,}6668 \end{pmatrix}}$$

$\hat{V} = 0{,}3324 \cdot \hat{x} + 0{,}6668 \cdot \hat{y} - 0{,}6668 \cdot \hat{z}$

2. Aufgabe

Aufgabe	Ihre Antwort
a. Um eine kreisförmige Trajektorie zu beschreiben, werden die drei angegebenen Punkte festgelegt.	$\vec{P_1} = +1\cdot\hat{x} + 1\cdot\hat{y} + 0\cdot\hat{z}$ $\vec{P_2} = +1\cdot\hat{x} + 2\cdot\hat{y} + 0\cdot\hat{z}$ $\vec{P_3} = -1\cdot\hat{x} + 1\cdot\hat{y} + 0\cdot\hat{z}$

$v_x = 0 \quad v_y = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad v_z = \frac{\sqrt{2}}{2}$

a.1 Rotieren Sie die Punkte der Trajektorie um die Rotationsachse $\hat{v} = 0\cdot\hat{x} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\hat{y} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\hat{z}$ um den Winkel $\theta = 30°$.

$\vec{P_{T_1}} = -0{,}3536\cdot\hat{x} + 1{,}2865\cdot\hat{y} - 0{,}2865\cdot\hat{z}$

$\vec{P_{T_2}} = -0{,}7071\hat{x} + 2{,}2196\cdot\hat{y} - 0{,}2196\cdot\hat{z}$

$\vec{P_{T_3}} = 0{,}3536\hat{x} + 0{,}5795\cdot\hat{y} + 0{,}4205\cdot\hat{z}$

Ihre Antwort:

$\vec{P_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{P_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{P_3} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Aufstellen der Rotationsmatrix, berechnet aus Achse und Winkel.

Rodrigues Rotationsgleichung nutzen

$\cancel{v_x^2 \cdot (1-\cos(\theta)) + \cos(\theta)}$

$$R = \begin{bmatrix} 0\cdot(1-\cos(\theta))+\cos(\theta) & -\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin(30)+0 & \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin(30)+0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin(30)+0 & \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\cdot(1-\cos(30))+\cos(30) & 0+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot(1-\cos(\theta)) \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin(30)+0 & 0+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot(1-\cos(30)) & \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\cdot(1-\cos(30))+\cos(30) \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{\sqrt{2}}{4} \\ \frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{2+\sqrt{3}}{4} & \frac{2-\sqrt{3}}{4} \\ -\frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{2-\sqrt{3}}{4} & \frac{2+\sqrt{3}}{4} \end{bmatrix}$$

Trajektorie mit R multiplizieren

$$\vec{P_{T_1}} = \vec{P_1}\cdot R = \begin{pmatrix} -0{,}3536 \\ 1{,}2865 \\ -0{,}2865 \end{pmatrix} \quad \vec{P_{T_2}} = \vec{P_2}\cdot R = \begin{pmatrix} -0{,}7071 \\ 2{,}2196 \\ -0{,}2196 \end{pmatrix} \quad \vec{P_{T_3}} = \vec{P_3}\cdot R = \begin{pmatrix} -0{,}3536 \\ 0{,}5795 \\ 0{,}4205 \end{pmatrix}$$

$\vec{P} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

$t_x = \dfrac{(\vec{Q}_i - \vec{P}) \cdot \vec{n}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}$

a.2 Spiegeln die Trajektorie mit Hilfe der Ebene, die durch den Normalvektor $\hat{n} = 0 \cdot \hat{x} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \hat{y} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \hat{z}$ und den Stutzpunkt $\vec{P} = 0 \cdot \hat{x} + 1 \cdot \hat{y} + 0 \cdot \hat{z}$ beschrieben wird.

$\vec{Q}_1' = 1 \cdot \hat{x} + 1 \cdot \hat{y} + 0 \cdot \hat{z}$

$\vec{Q}_2' = 1 \cdot \hat{x} + 1 \cdot \hat{y} - 1 \cdot \hat{z}$

$\vec{Q}_3' = -1 \cdot \hat{x} + 1 \cdot \hat{y} + 0 \cdot \hat{z}$

$\vec{P}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = Q_1$ $\vec{P}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = Q_2$ $P_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = Q_3$

Ges.: $\vec{Q}_1'$, $\vec{Q}_2'$, $\vec{Q}_3'$ $\qquad \vec{u} \cdot \vec{u} = 1$

$\vec{Q}_1' = Q_1 - 2 \cdot \vec{u} \cdot t_{x_1}$ ↳ Bruchstrich wird weggelassen da $\vec{u} \cdot \vec{u} = 1$

$t_{x_1} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = 0$

$\vec{Q}_1' = Q_1 - 0 = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}}$

$\vec{Q}_2' = Q_2 \cdot 2 \cdot \vec{u} \cdot t_{x_2}$

$t_{x_2} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\vec{Q}_2' = Q_2 - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \sqrt{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}}}$

$\vec{Q}_3' = Q_3 - 2 \cdot \vec{u} \cdot t_{x_3}$

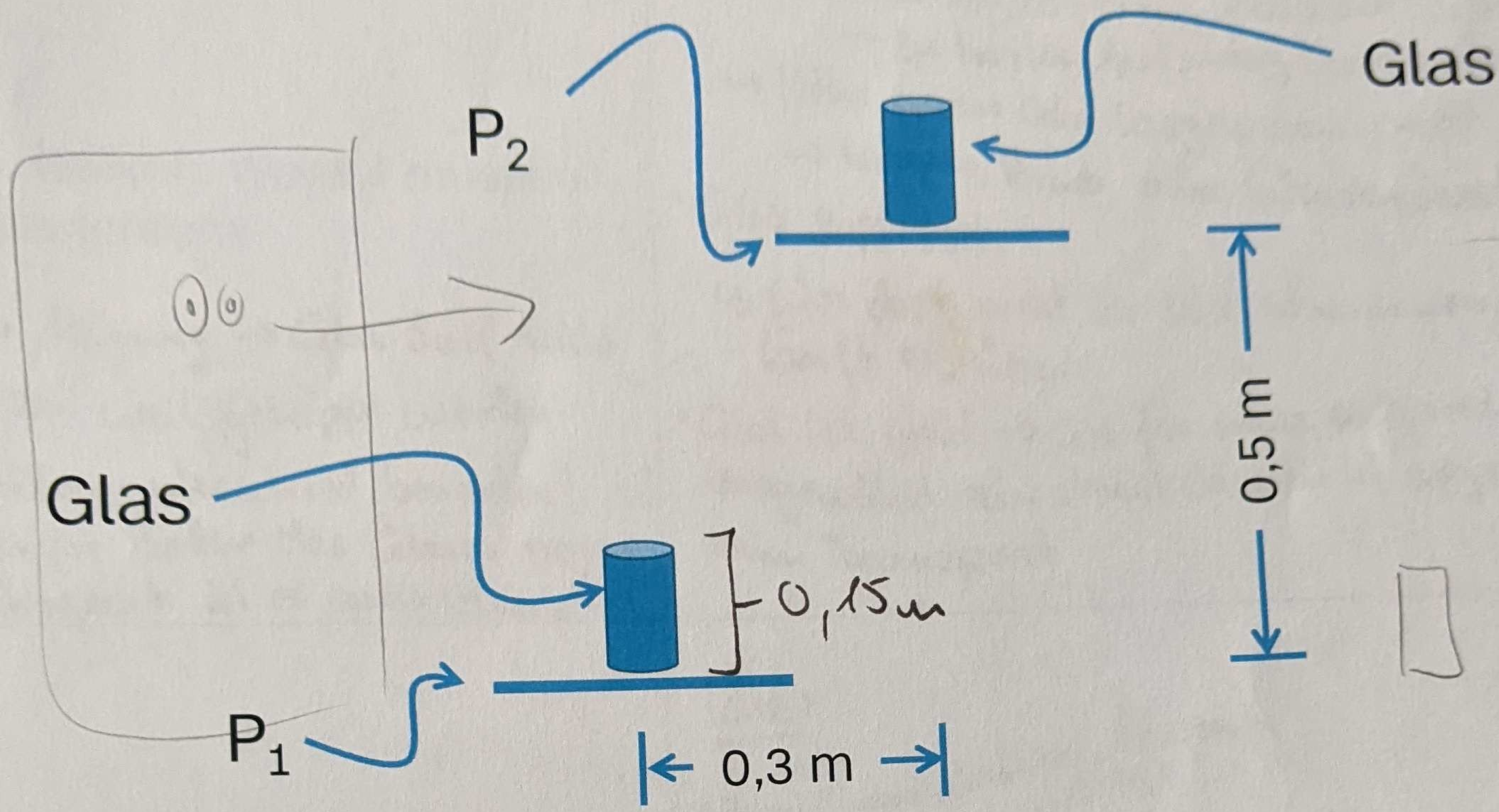
$t_{x_3} = \left(\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

$= 0$

$Q_3' = Q_3 - 0 = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}}$

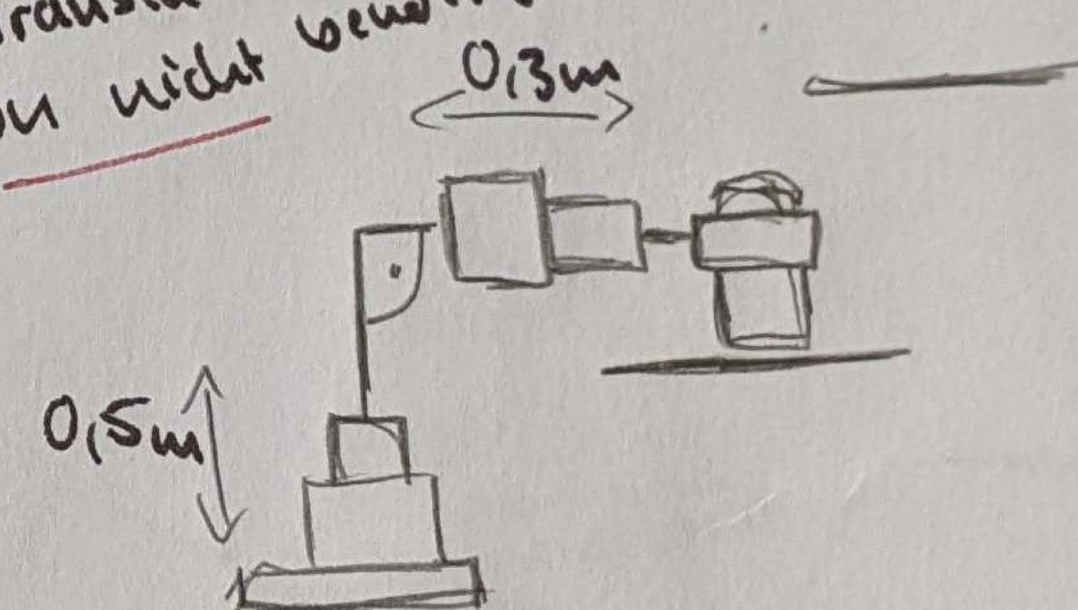
3. Aufgabe

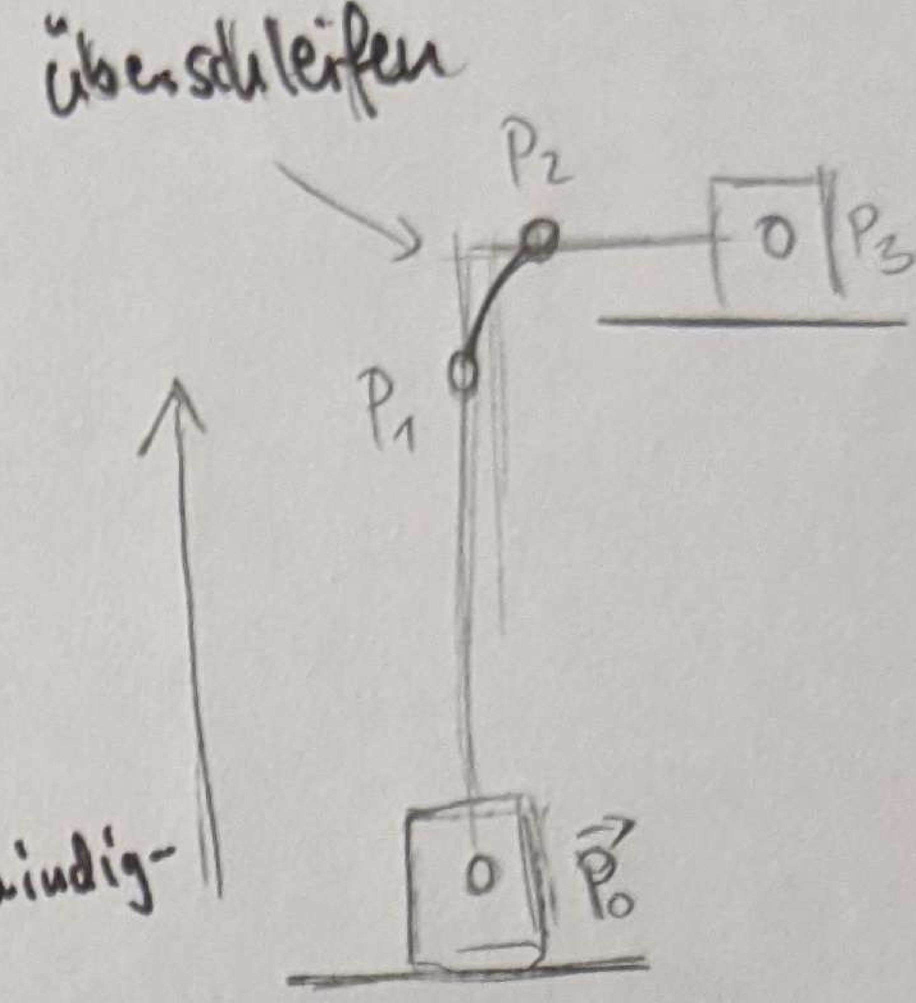
Ein Roboter wird programmiert, um an der Stelle P_1 ein 80% volles Glas Wasser (Höhe = 0,15 m) zu greifen, und um dann das Glas bis zur Stelle P_2 so schnell wie möglich zu bringen und dort es stehenzulassen. Anschließend muss der Roboter wieder zur Stelle P_1 fahren, um wieder ein Glas erneut zu greifen, usw.



Ein anderer Prozess entfernt das Glas von der Stelle P_2.

Ihre Firma wurde beauftragt, ein Roboter-basiertes System zu entwerfen, aufzubauen und zu programmieren, mit dem Ziel, so viele Gläser pro Zeiteinheit wie möglich zu befördern, **ohne** Flüssigkeit unterwegs zu schütteln **und ohne** die Gläser zu brechen.

Aufgabe	Ihre Antwort
a. Risiken. Worauf müssen Sie achten? ∘ Neigung → Glas darf nicht zu weit gekippt werden. Höhenunterschied beachten! Stößt Boden des Glases gegen Ablageort ist es auch schlecht.	• Glas ist fragil ↳ Greiferdruck damit es nicht bricht ↳ Geschwindigkeit beim Absetzen → zu harter Aufschlag kann es brechen lassen ↳ Höhe wann Glas losgelassen wird → kippen, Bruch oder Wasserverschüttung • Glas 80% voll ↳ Was darf nicht zu sehr schwanken sonst läuft es über • Glas ist glatt → Greifer muss entsprechend ausgewählt sein damit Glas nicht wegrutscht beim Transport
b. Gesamtsystem. Wie sieht das System aus? Welche Teile müssen Sie besorgen, d.h. Sensoren, Greifer, usw?	Idee: • Zwei Translatorische Achsen • Rotation nicht benötigt  • Greifer mit antirutsch • Sensor 1 an P_1 ~~sobald neues~~ Glas ↳ erkennt ob Glas steht oder nicht • Sensor 2 an P_2 ↳ erkennt ob Glas steht oder nicht • Roboter nimmt Glas fährt 1. Hub hoch fährt 2. Hub raus, Glas absetzen, alles Rückwärts, dann von vorne



c. Trajektorie. Welche Trajektorie bzw. welche Teiltrajektorien würden Sie für die Aufgabe wählen? Wie sehen die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsprofile aus? Zeichnen Sie die Trajektorie und die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsprofile!	mit Geschwindigkeit starten bis überschleifen langsamer werden. Glas langsam in Zielposition einfahren Greifer öffnen Rückweg dann wieder schnell