Klausur Regelungstechnik
Studiengang Technische Informatik
Prof. Dr.-Ing. W. Kesseler

Montag, 21. Januar 2019, 10.00 Uhr, Container 2

- Hilfsmittel: Handgeschriebene Din-A4 Formelsammlung, einfarbig nicht verkleinert, Taschenrechner, ausgegebenes Material. Keine Kommunikationsgeräte und keine Laptops etc.
- Versehen Sie bitte jedes Lösungsblatt mit Ihrem Namen und jede Seite mit einer fortlaufenden Seitennummer.
- Falls Teillösungen über mehrere Seiten verteilt sind, versehen Sie diese bitte mit entsprechenden Querverweisen.
- Nicht gekennzeichnete oder nicht eindeutig zugeordnete Lösungsfragmente werden nicht gewertet!
- Lösungen ohne erkennbare Begründung werden nicht gewertet.
- Reklamationen der Korrektur und Bewertung nur bei Klausureinsicht!

Name: ....

Vorname: ....

Matrikel-Nr. ....

Unterschrift: ....

Musterlösung

Aushändigen der korrigierten Klausur (zutreffendes bitte ankreuzen):

☐ Nur an mich persönlich oder
an Kommilitonen/innen mit schriftlicher Vollmacht.

☐ An Frau / Herrn:

☐ An alle, die danach fragen.

Dritter (letzter zulässiger) Versuch:

☐ Nein.

☐ Ja.

Frage	Max. Punkte	Erreichte Punkte
Aufgabe 1	20	
Aufgabe 2	21	
Aufgabe 3	19	
SUMME	**60**	

NOTE: ....

Aufgabe 1:

Im Labor wurde ein experimenteller Aufbau aus Motor- und Bremse untersucht, den Aufbau und die Ergebnisse zeigt Abbildung 1.

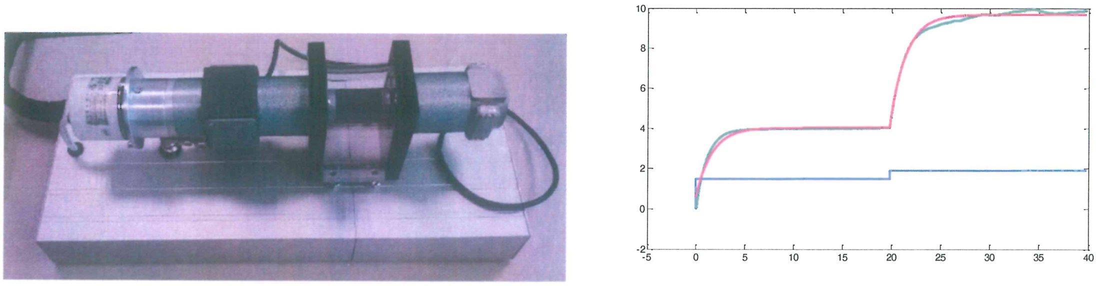


Abbildung 1: Links: Experimenteller Aufbau mit Motor-Generatorkopplung. Rechts: Messkurven bei sprungförmigem Eingangssignal. Grün: Messergebnis, rot: Approximation

Die Auswertung der Messergebnisse liefert für die Übertragungsfunktion

$$G_S(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = V_S \frac{1}{1+s\tau} \quad ; V_S = 14; \;\; \tau = 1{,}66 \text{ sek.}$$

Das Messsystem wird mit $G_M(s)=1$ angenommen. Die Drehzahl des Systems ist mit einem Regler gegen Störeinflüsse zu stabilisieren, ein Regelfehler ist nicht zulässig, der Ausgleich soll schnellstmöglich erfolgen. Die Ansteuerung des Systems erfolgt über einen Mikrocomputer (Embedded System) mit 5V maximaler Stellgröße.

a. Zeichnen Sie im Bode-Diagramm den asymptotischen Betrags- und Phasengang der Übertragungsfunktion des offenen Kreises ohne Regler $L^*(\omega)=G_S(\omega)\cdot G_M(\omega)$.

b. Treffen und begründen Sie eine Reglerauswahl.

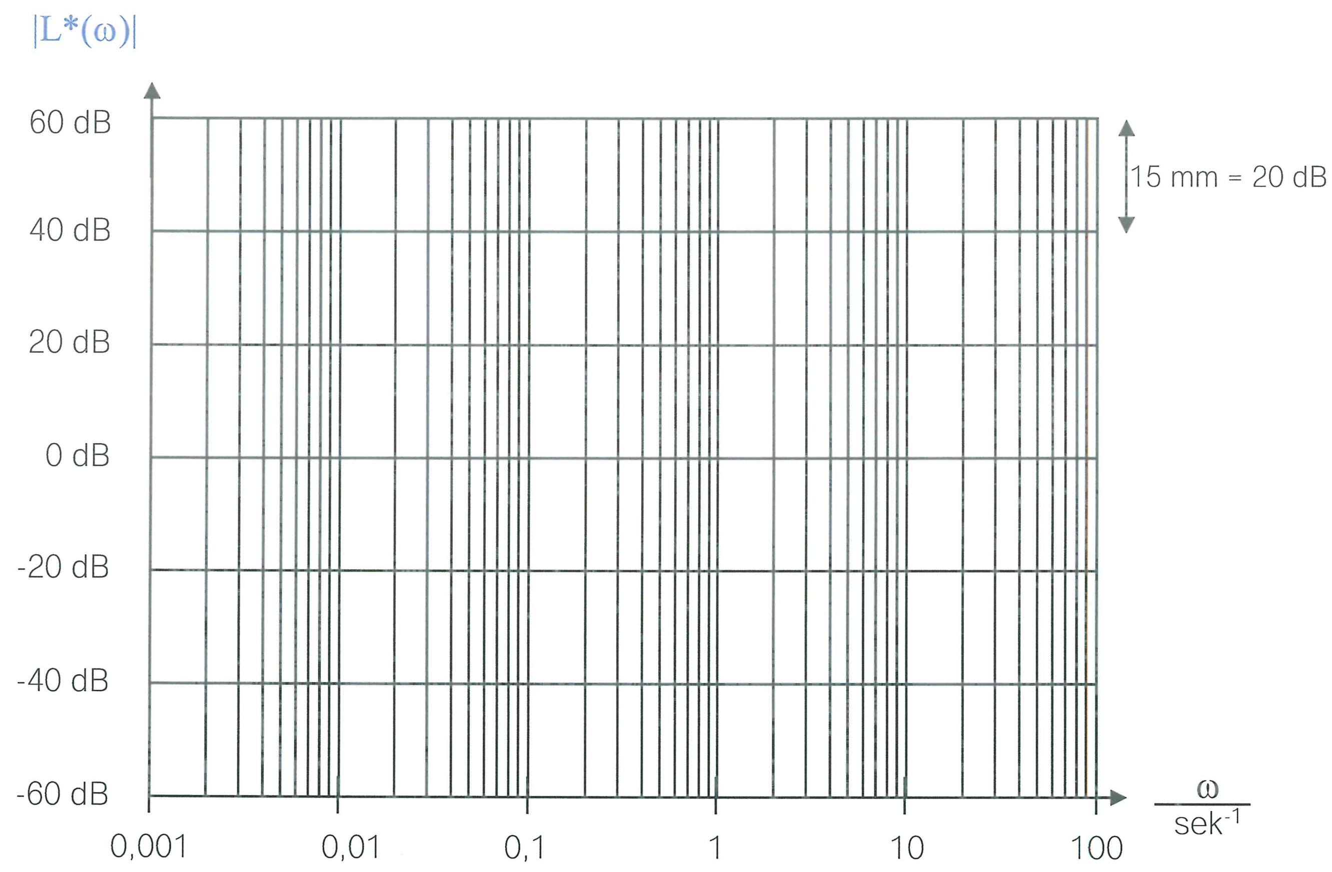
c. Welche Entwurfsverfahren kennen Sie?
Welches Verfahren wird ausgewählt (Begründung)?

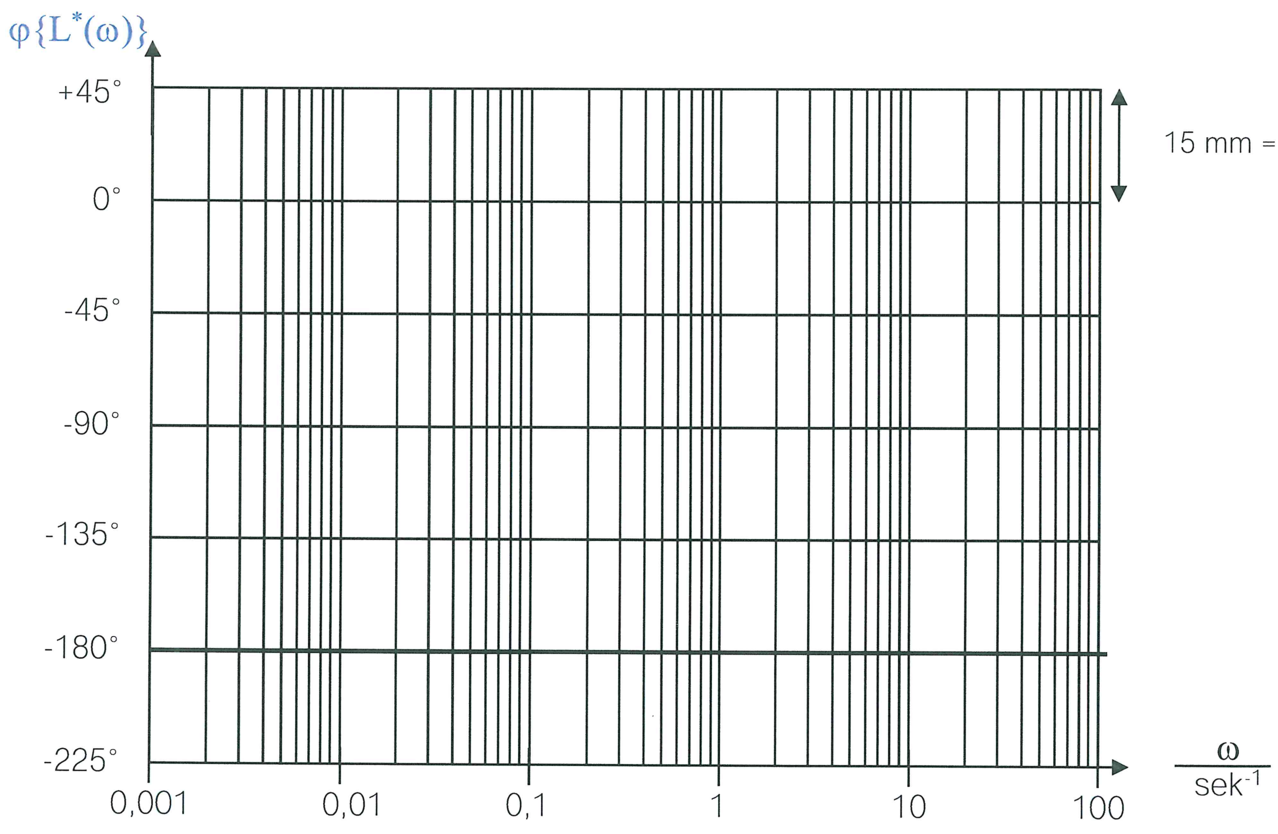
d. Dimensionieren Sie die Zeitkonstante / die Zeitkonstanten des ausgewählten Reglers.

e. Bestimmen Sie die notwendige Reglerverstärkung V_R so, dass alles geforderten Bedingungen für einen Eingangssprung von $w(t) = 4V \cdot \sigma(t)$ eingehalten werden.
Hinweis: Welche Größe schränkt die schnellstmögliche Regelung ein?

f. Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Stellsignals im Regelkreis nach dem Eingangssignal aus e) unter Angabe der charakteristischen Größen.

Bode-Diagramm zu **Aufgabe 1**:





Aufgabe 2:

Die Fluglagestabilisierung eines Quadrokopters geschieht über einander gegenüberliegende Antriebe, so genannte Wippen, von denen zwei um 90° versetzt eingebaut werden, siehe Abbildung 2.

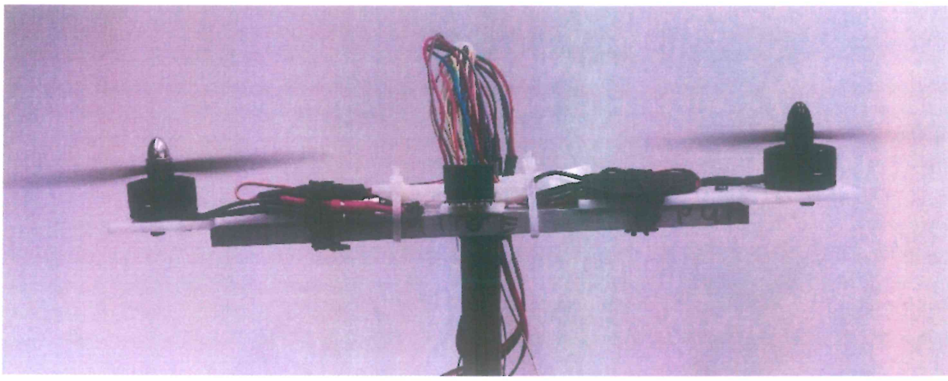


Abbildung 2: Wippe als Nachbildung einer (von zwei) Quadrokopter-Achse(n)

Für die Übertragungsfunktion Ausgangswinkel zur Differenz der Eingangsspannungen der Motoren ergibt sich

$$G_S(s) = 0{,}1\frac{1}{s^2}$$

Das System soll gegen Störung so ausgeregelt werden, dass keine Regelabweichung verbleibt. Das Einschwingen auf die korrekte Fluglage soll in 0,72 sek. im Wesentlichen abgeschlossen sein, das Überschwingen soll 20 % nicht übersteigen.

Für das Messsystem nehmen Sie $G_M(s)=1$ an.

a. Begründen Sie (ohne Rechnung), welche Regler in Frage kommen.

b. Bestimmen Sie die zur Erreichung des geforderten Verhaltens im Zeitbereich notwendigen Werte im Frequenzbereich für den Phasenrand Φ_R und die **Durchtrittsfrequenz ω_C**.

c. Zeichnen Sie im Bode-Diagramm den asymptotischen Betrags- und Phasengang der Übertragungsfunktion des offenen Kreises ohne Regler $L^*(\omega)=G_S(\omega)\cdot G_M(\omega)$.

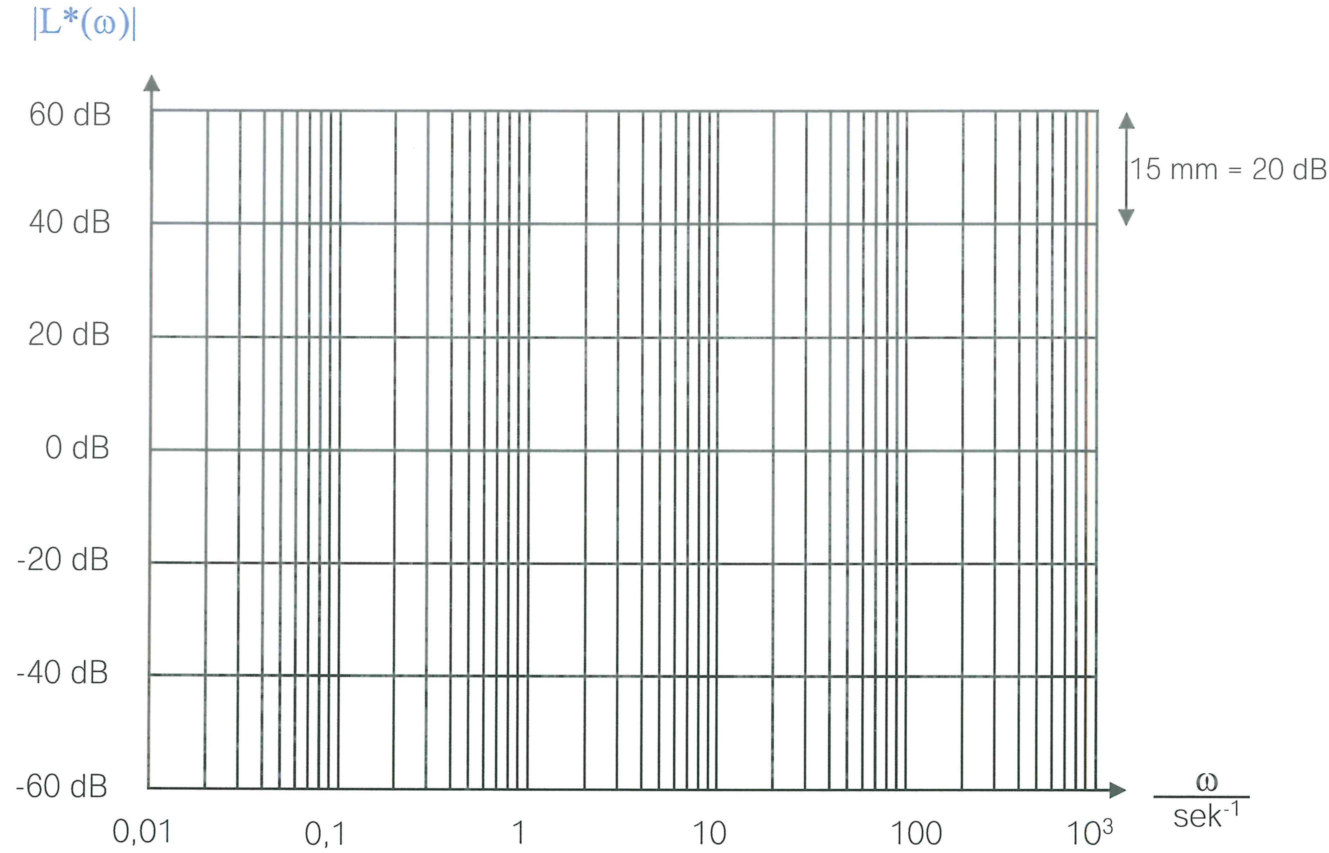
d. Treffen und begründen Sie unter Berücksichtigung der Vorauswahl aus a) nun eine abschließende Reglerauswahl.

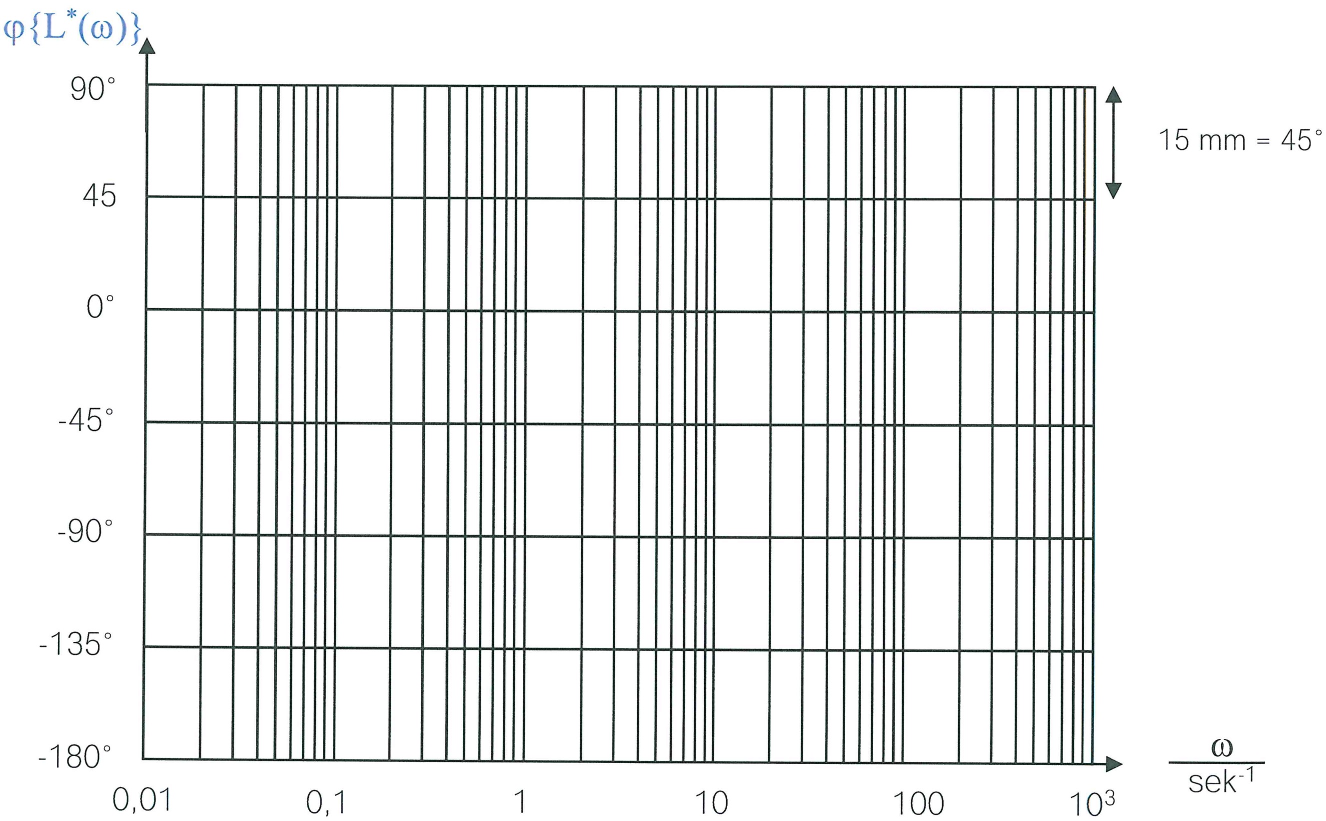
e. Dimensionieren Sie die Zeitkonstante / die Zeitkonstanten des ausgewählten Reglers.

f. Ergänzen Sie im Betragsgang des Bode-Diagramms den Betragsgang für den ausgewählten Regler für $V=1$.

g. Bestimmen Sie die notwendige Reglerverstärkung V.

Bode-Diagramm zu **Aufgabe 2**:





Aufgabe 3:

Ein analoger Regler-Entwurf für die Strecke

$$G_S(s) = 10\frac{1}{s^2}$$

mündet in einem Regler mit der Übertragungsfunktion

$$G_R(s) = 0{,}009 \cdot \frac{(1 + 14{,}9s)(1 + 1{,}49s)}{s(1 + 0{,}167s)}$$

Dieser Regler soll digital auf einem Mikrocontroller implementiert werden.

a. Zeigen Sie durch geeignete Näherung, ohne Bode-Diagramm, dass für die Durchtrittsfrequenz der Übertragungsfunktion des offenen Kreises *L(s)* gilt: $\omega_c \sim 2\ \text{sek}^{-1}$.

   Hinweis: Definition von ω_c: $20\log_{10}|L(s = j\omega_c)| = 0 \;\; \Leftrightarrow \;\; |L(j\omega_c)| = 1$

b. Wie groß ist nach einer bekannten regelungstechnischen Abschätzung die minimal erforderliche Abtastfrequenz f_a für den quasikontinuierlichen Betrieb des äquivalenten digitalen Reglers?

c. Ermitteln Sie nun die Konstanten der z-Transformierten der Übertragungsfunktion des äquivalenten digitalen Reglers und geben sie die Übertragungsfunktion in der z^{-1}-Form an. Die Abtastzeit wird zu $T_a = 1\ \text{ms}$ gewählt.
   Vorgehen:

   I. Ermitteln sie aus der V-Normalform des Regler die Darstellung in Partialbruchform

   II. Ermitteln sie die Koeffizienten b_0, b_1 und b_2 der diskreten Realisierung des Reglers. Die zugehörige Differenzengleichung für das digitale Stellsignal lautet:
   $u(k) = u(k-1) + b_2 e(k) + b_1 e(k-1) + b_0 e(k-2)$.

d. Was ist aus Anwendungssicht der wesentliche Unterschied zwischen der Realisierung des digitalen Reglers nach

   I. $u(k) = u(k-1) + b_2 e(k) + b_1 e(k-1) + b_0 e(k-2)$
   so genannte serielle Realisierung und

   II. $u(k) = a_0 e(k) + a_1 \sum_{n=0}^{k-1} e(n) + a_2[e(k) - e(k-1)]$,
   so genannte parallele Realisierung?

   Worin besteht kein Unterschied?

Lösung Aufgabe 1:

a) $L^*(s) = G_S(s) \cdot G_M(s) = 14\frac{1}{1+1{,}66s}$, d.h. $V_{dB} \approx 23$ dB und $\omega_k \approx 0{,}6$ sek^{-1} 4
Rest siehe Bode-Diagramm

b) Kein Regelfehler bei Führungssprung zulässig → mindestens ein Integrator in *$G_R(s)$*$G_S(s)$* erforderlich. *$G_S(s)$* enthält keinen Integrator →

PI- oder PID-Regler

Die Regelstrecke (System) ist 1. Ordnung, der Phasengang erreicht minimal -90°, d.h. die Phasenreserve ist immer $\varphi_R \geq 90°$ (alternativ: Bode-Diagramm). D.h.: Keine Phasenanhebung notwendig → kein D-Anteil notwendig, damit 4

PI-Regler

c) i) Frequenzkennlinienverfahren und Polkompensation
ii) Gefordert: Schnellstmögliche Führungssprungantwort 2
d.h. Anwendung der Polkompensation

d) Polstellenkompensation: Regler-Vorhaltezeitkonstante(n) kürzen die größte(n) Streckenzeitkonstante(n). Hier nur jeweils eine Zeitkonstante: 1

$G_R(s) = V\frac{1+sT_N}{s}$; $G_S(s) = 14\frac{1}{1+1{,}66s}$ d.h. $\underline{\underline{T_N = 1{,}66 \text{ sek}}}$

e) Stellgröße $u(t)$ beschränkt Regelgeschwindigkeit:

$$U(s) = \frac{G_R}{1 + G_R G_S G_M} W(s) = \frac{V_R \frac{1+sT_N}{s}}{1 + V_R \frac{\cancel{1+sT_N}}{s} 14 \frac{1}{\cancel{1+1{,}66s}}} W(s)$$

$$= V_R \frac{\frac{1}{s} + T_N}{1 + 14V_R \frac{1}{s}} W(s) \qquad \text{oder} \qquad = V_R \frac{1+sT_N}{s + 14V_R} W(s)$$

Eingangssignal ist $w(t) = 4V \cdot \sigma(t)$, d.h. $W(s) = 4V \cdot \frac{1}{s}$, damit

$$\lim_{t\to 0} u(t) = \lim_{s\to\infty} sU(s) = \lim_{s\to\infty} \cancel{s} \cdot 4V \frac{1}{\cancel{s}} \cdot V_R \frac{\frac{1}{s} + T_N}{1 + 14V_R \frac{1}{s}} = 4V \cdot V_R T_N$$

$$u(t=0) = 4V \cdot V_R T_N \leq u_{max} = 5V$$ 5

$$\Leftrightarrow V_R \leq \frac{u_{max}}{w_0 \cdot T_n} = \frac{5V}{4V \cdot 1{,}66 \text{ sek}} = 0{,}753 \; sek^{-1}$$

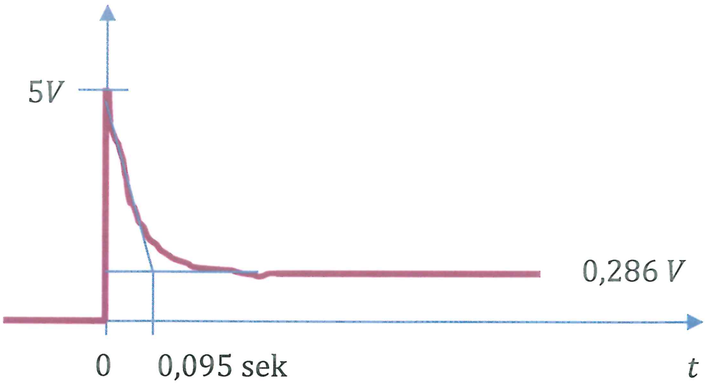
f) Stellgröße für $u(t \to \infty)$, den Endwert:

$$\lim_{t\to\infty} u(t) = \lim_{s\to 0} sU(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{4V}{s} \cdot V_R \frac{\frac{1}{s} + T_N}{1 + 14V_R \frac{1}{s}} = \lim_{s\to 0} 4V \cdot V_R \frac{1 + sT_N}{s + 14V_R}$$

$$= 4V \cdot V_R \frac{1}{14V_R} = \frac{4V}{14} \approx 0{,}286V$$

Die Ausgleichszeitkonstante beträgt

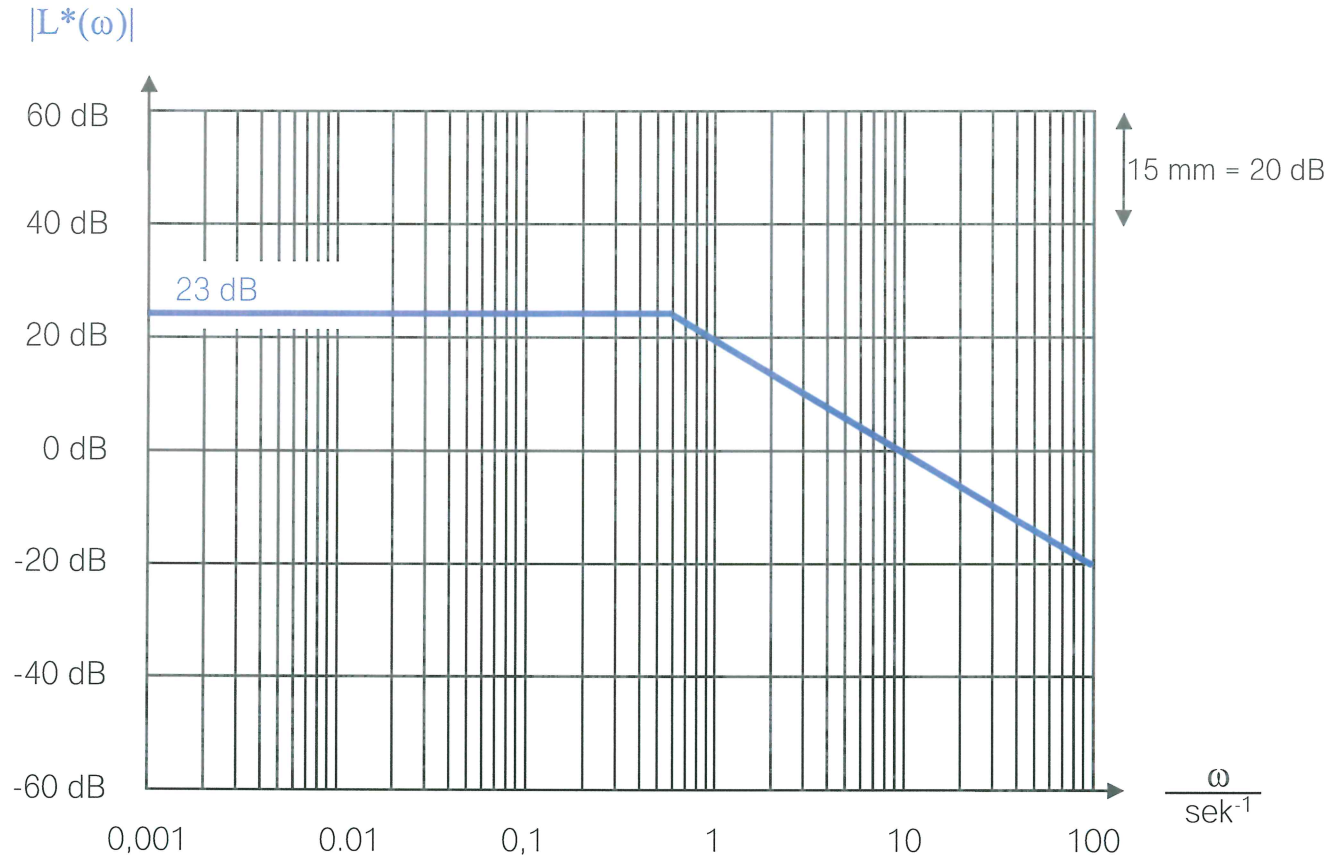
$$\tau = \frac{1}{14V_R} = \frac{1}{14 \cdot 0{,}753\ sek^{-1}} \approx 0{,}095 \text{ sek}$$

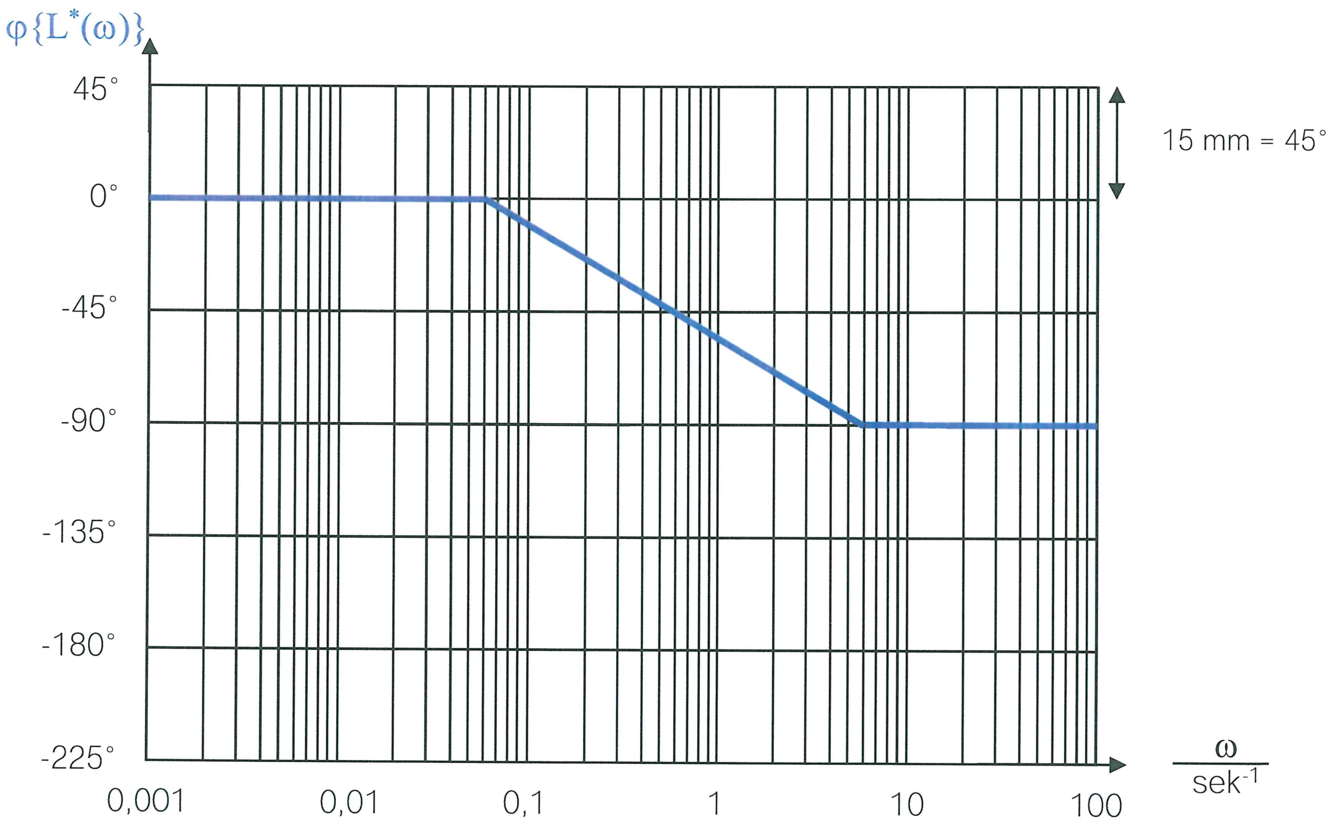


4

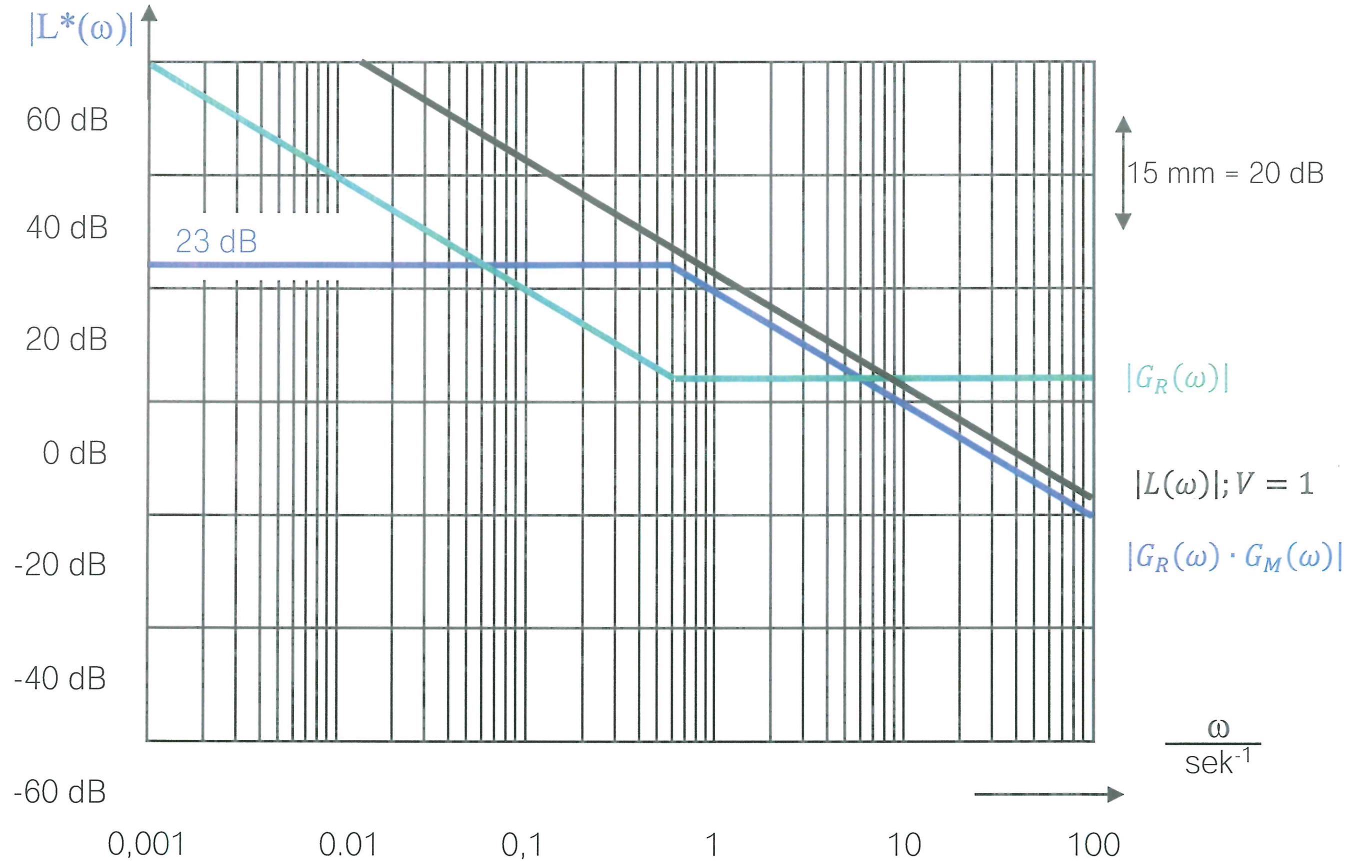
∑ 20

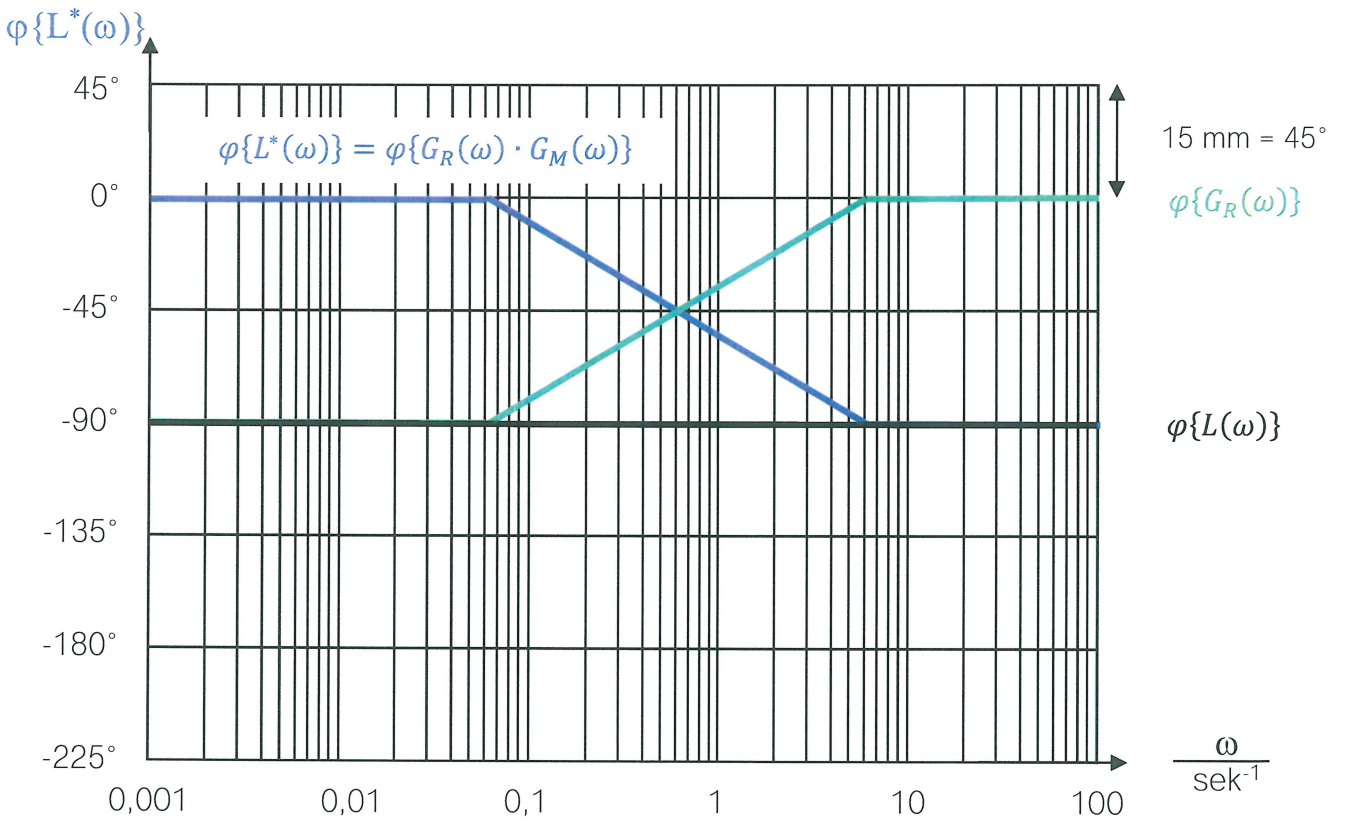
Bode-Diagramm zu **Aufgabe 1**:





Erweitertes, über die Musterlösung hinaus gehendes
Bode-Diagramm zu **Aufgabe 1**:





Lösung Aufgabe 2:

a) Eine Regelabweichung soll nicht auftreten, d.h. ein integrierender Anteil in $G_R \cdot G_s$ ist zwingend.
Die Strecke enthält bereits zwei I-Anteile, damit: P- oder PD-Regler 2

b)

- Das System soll maximal 20 % überschwingen:

  $\varphi_R \approx 69 - 106 M_P = 69 - 106 \cdot 0{,}2 \Leftrightarrow \qquad \underline{\underline{\varphi_R = 47{,}8° \approx 48°}}$

- Der Ausgleichsvorgang soll in 0,72 Sekunden stattfinden (wesentlicher Anteil)

  $\omega_c = \dfrac{1{,}44}{0{,}72\ sek} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{\omega_c = 2\ \text{sek}^{-1}}}$ 2

c) Siehe Bode-Diagramm 4

d) $\varphi_{\text{soll}} = -180° + \varphi_R = -180° + 48° = -132°$

$\varphi_{\text{ist}} = -180°$ (Ablesen Bode-Diagramm bzw. aus 2 x Phasengang Integrator)

$\Delta\varphi = \varphi_{\text{soll}} - \varphi_{\text{ist}} = -132° - (-180°) = +48° > 0$ 4

Phasenanhebung notwendig, damit D-Anteil notwendig, Vorauswahl P- oder PD-Regler, damit: PD-Regler

e) **Phasenabhebung Δφ von** 48° **bei einer Kreisfrequenz** **ω_c** von 2 sek^{-1}:

$m = \tan^2\left(\frac{\Delta\varphi + 90°}{2}\right)$ oder Ablesen aus Diagramm: m = 6,8 ≈ 7 damit:

$T_1 = \dfrac{\sqrt{m}}{\omega_c} = \dfrac{\sqrt{7}}{2\ \text{sek}^{-1}} = 1{,}32\ \text{sek} \qquad \Leftrightarrow \omega_{R1} = \dfrac{1}{T_1} = 0{,}756\ \text{sek}^{-1}$

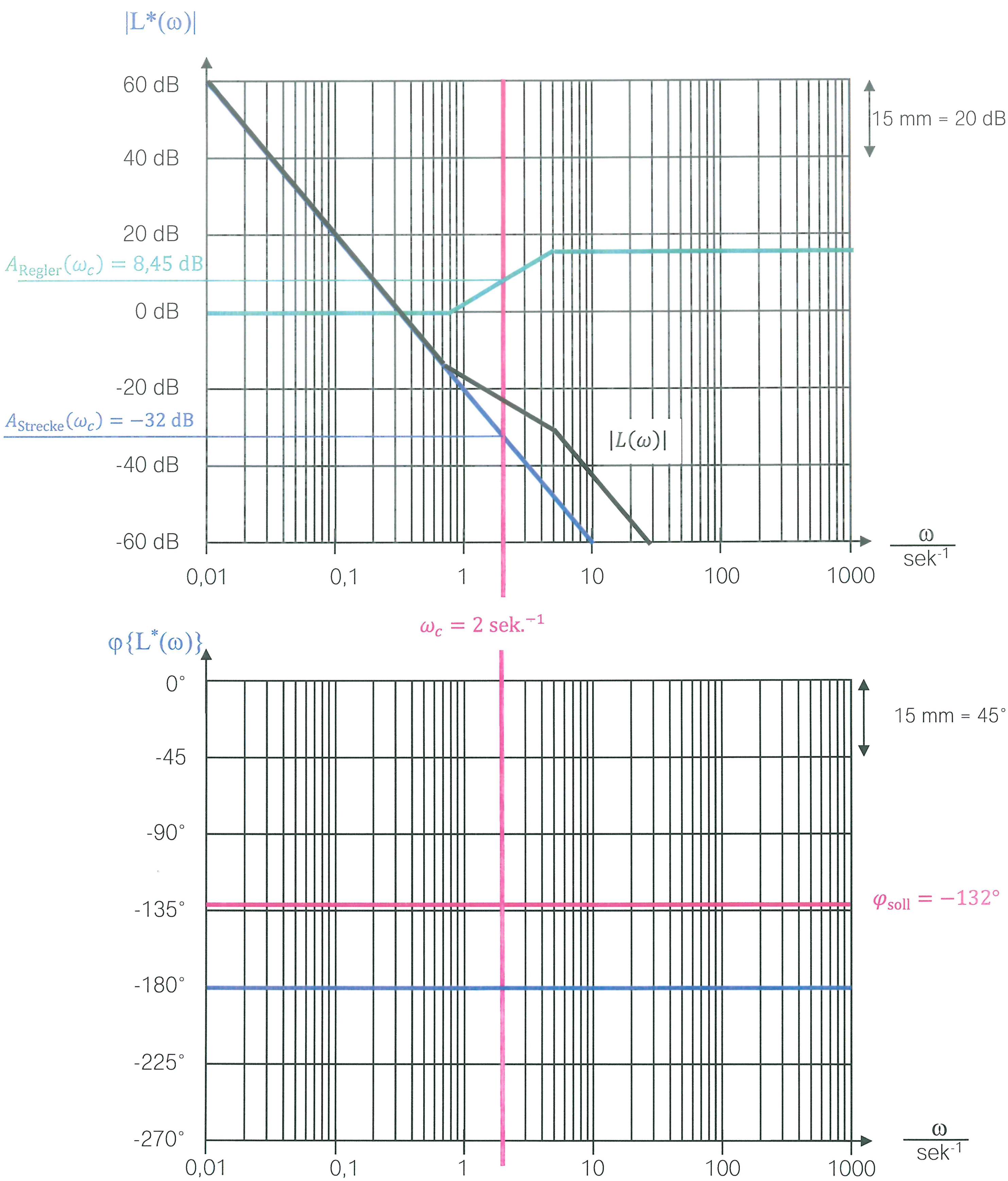
$T_2 = \dfrac{1}{\omega_c\sqrt{m}} = 0{,}189\ sek \qquad \Leftrightarrow \omega_{R2} = \dfrac{1}{T_2} = 5{,}29\ \text{sek}^{-1}$ 4

f) Siehe Bode-Diagramm 2

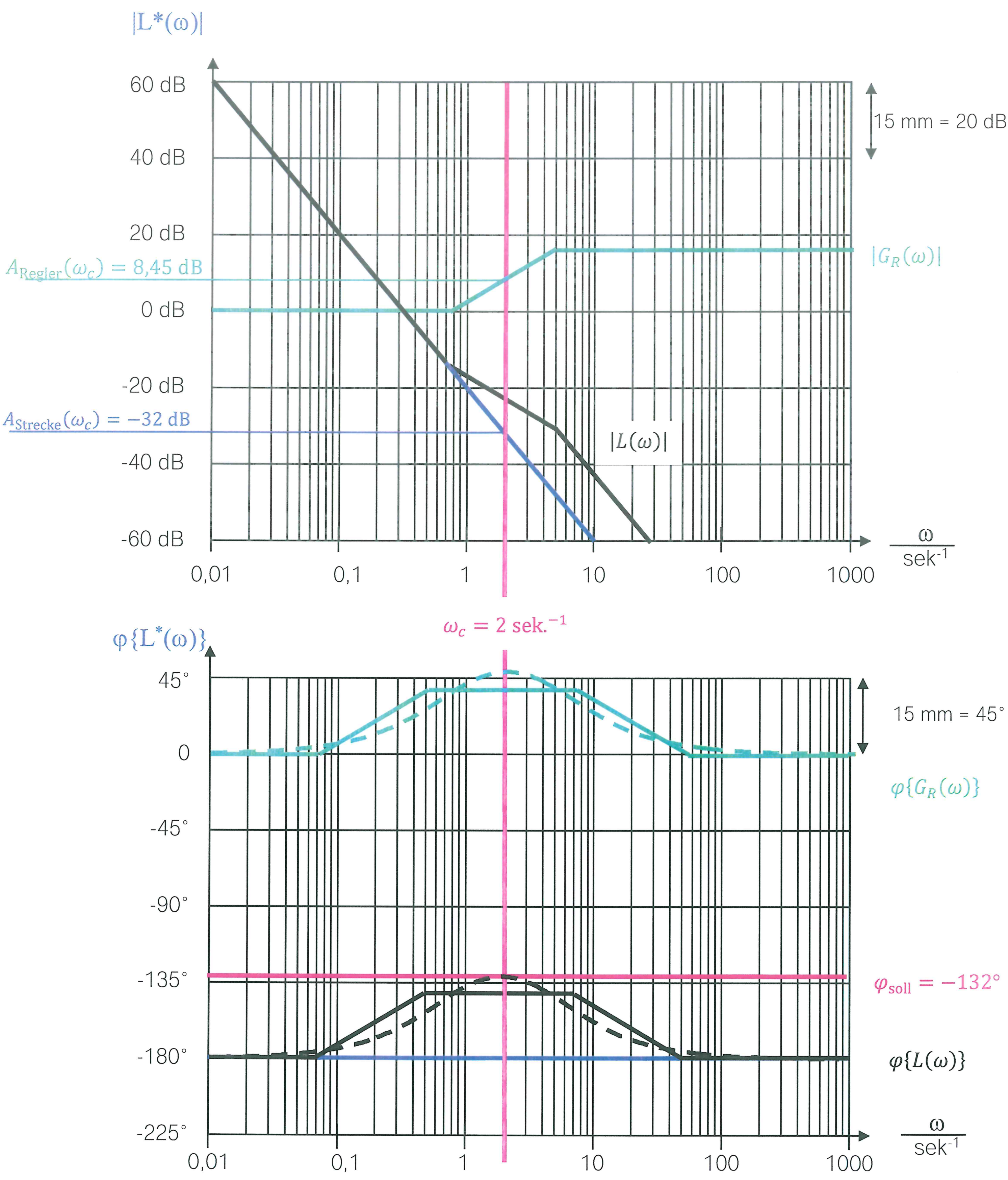
g) Ablesen: $A_{\text{Regler,dB}}$ = +8,45 dB (6,34 mm)
$A_{\text{Strecke,dB}}$ = -32 dB (24 mm)
→ $A_{\text{L,dB}}$ = $A_{\text{Regler,dB}}$ + $A_{\text{Strecke,dB}}$ = -23,55 dB (oder direkt) 3
→ V_{dB}= +23,55 und damit: $V = 10^{23{,}55\ \text{dB}/20\ \text{dB}} \Leftrightarrow \underline{\underline{V = 15{,}4}}$

∑ 21

Bode-Diagramm zu **Aufgabe 2**:



Ausführliches Bode-Diagramm (mehr als gefordert) zu **Aufgabe 2**:



Sprungantwort, zur ergänzenden Darstellung, generiert mit den Werten aus der Musterlösung

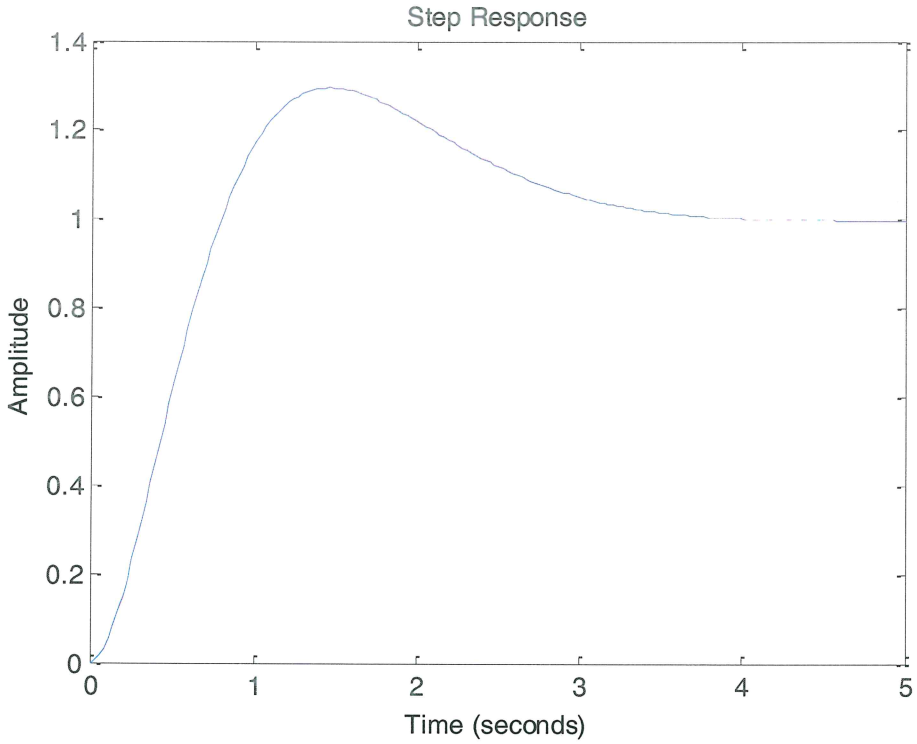
$$G_S(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = 0{,}1\frac{1}{s^2}$$

und

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = 15{,}4 \cdot \frac{1 + 1{,}32s}{1 + 0{,}189s}$$

sowie

$$G_M(s) = 1$$



Das Überschwingen beträgt 30%, die Anstiegszeit liegt bei ca. 0,75 sek., die geforderten Werte sind (grob) getroffen. Die größere Abweichung im Überschwingen ist typisch für integrierende Systeme.

Lösung Aufgabe 3:

a) Aus $L(s)=G_R G_S G_M$ folgt

$$L(s) = 0{,}009 \cdot \frac{(1+14{,}9s)(1+1{,}49s)}{s(1+0{,}167s)} \cdot 10 \cdot \frac{1}{s^2} \cdot 1$$

Für die Lösung in der Klausur waren nur die schwarz gedruckten Musterlösungsteile notwendig, die blauen Textteile zeigen, wie man ohne eine „Vermutung“ zu ω_c auskommt.

Eckfrequenzen von L:
ω_{k1} = 0,067 sek^{-1},
ω_{k2} = 0,67 sek^{-1}
ω_{k3} = 6 sek^{-1}

1) Annahme: $\omega_c < \omega_{ki}$, dann ist $|L(\omega)| \approx 10 \cdot 0{,}009/\omega^3$

$|L(\omega_c)| = 1 \;\Leftrightarrow\; \frac{0{,}09}{\omega_c{}^3} = 1 \;\Leftrightarrow\; \underline{\omega_c = 0{,}448\ \text{Sek}^{-1}}$ wiederspricht $\omega_c < \omega_{k1}$

2) Annahme: $\omega_c > \omega_{ki}$, dann ist $|L(\omega)| \approx 10 \cdot 0{,}009 \cdot 14{,}9 \cdot 1{,}49/0{,}157\ \omega^2$

$|L(\omega_c)| = 1 \;\Leftrightarrow\; \frac{11{,}96}{\omega_c{}^2} = 1 \;\Leftrightarrow\; \underline{\omega_c = 3{,}46\ \text{Sek}^{-1}}$ wiederspricht $\omega_c > \omega_{k3}$

3) Offensichtlich ist in nach 1) und 2) $0{,}448\ \text{Sek}^{-1} < \omega_c < 3{,}46\ \text{Sek}^{-1}$ und gleichzeitig $\omega_{k1} < \omega_c < \omega_{k3}$.

i) $\omega_{k1} < \omega_c < \omega_{k2}, \omega_{k3}$ dann ist $|L(\omega)| \approx 10 \cdot 0{,}009 \cdot 14{,}9/\ \omega^2$

$\Rightarrow \frac{1{,}341}{\omega_c{}^2} = 1 \;\Leftrightarrow\; \underline{\omega_c = 1{,}15\ \text{Sek}^{-1}}$ wiederspricht $\omega_c < \omega_{k2}$

ii) Nach Aufgabentext ist $\omega_{k1}, \omega_{k2} < \omega_c < \omega_{k3}$ (bzw. nach 1), 2) und 3i))

dann ist $|L(\omega)| \approx 10 \cdot 0{,}009 \cdot 14{,}9 \cdot 1{,}49/\ \omega$

$\Rightarrow \frac{1{,}999}{\omega_c} = 1 \;\Leftrightarrow\; \underline{\underline{\omega_c \approx 2\ \text{Sek}^{-1}}}$ entspricht $\omega_{k1}, \omega_{k2} < \omega_c < \omega_{k3}$ 4

b) Abschätzung: $f_a \geq 10\frac{\omega_c}{2\pi}$ hier: $f_a \geq 10\frac{2\ \text{Sek}^{-1}}{2\pi} \Leftrightarrow \underline{\underline{f_a \geq 3{,}18\ \text{Hz}}}$ 1

c)

I. Umrechnungsformeln im Lehrmaterial:

$V_R = V(T_1 + T_3 - T_2)$; $T_n = (T_1 + T_3 - T_2)$; $T_v = \frac{T_1 T_3}{T_1 + T_3 - T_2} - T_2$;

Damit

Verstärkung V_R: $V_R = 0{,}009(1{,}49 + 14{,}9 - 0{,}167) \Leftrightarrow \underline{V_R = 0{,}146}$

Integrationszeitkonstante T_n: $T_n = 1{,}49 + 14{,}9 - 0{,}167$
$\Leftrightarrow \underline{T_n = 16{,}22 \text{ sek}}$

Vorhaltezeitkonstante T_V:
$T_v = 14{,}9 \cdot 1{,}49/(1{,}49 + 14{,}9 - 0{,}167) - 0{,}167 \;\Leftrightarrow\; \underline{T_v = 1{,}2 \text{ sek}}$ 4

Realisierungszeitkonstante T_r: $T_R = T_2 \;\Leftrightarrow\; \underline{T_R = 0{,}167 \text{ sek}}$ (nicht gefordert)

II. Lehrmaterial mit $T = T_a = 1/f_a = 0{,}001$ Sek.:

$$b_0 = V_R \frac{T_V}{T}$$

$$b_1 = -V_R\left(1 + 2\frac{T_V}{T} - \frac{T}{T_N}\right)$$

$$b_2 = V_R\left(1 + \frac{T_V}{T}\right)$$

4

Mit $T_a = 0{,}001$ sek, $V_R = 0{,}146$, $T_n = 16{,}22$ sek und $T_v = 1{,}2$ sek folgt

$\underline{b_0 = 175{,}2}$, $\underline{b_1 = -350{,}5}$ und $\underline{b_2 = 175{,}34}$

Schließlich:

$$G(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{b_2 + b_1 z^{-1} + b_0 z^{-2}}{1 - z^{-1}} = \frac{175{,}34 - 350{,}5 z^{-1} + 175{,}2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

2

10

d) Die serielle Form hat keine direkte mitlaufende Summe, sie steckt indirekt in der Stellgröße. Die parallele Form hat eine direkt mitlaufende Summe $a_1 \sum_{n=0}^{k-1} e(n)$.

Kein Unterschied besteht in der Reaktion auf Eingangssignale, beide Formen erzeugen das gleiche Ausgangssignal. 4

$\sum 19$