Systemtheorie (SYT)	**2. Prüfung WS 2022/23**	Blatt 1/3

Name	Vorname	Matr.-Nr.	Datum	Note
[redacted]			23.03	1,3

23.3.23

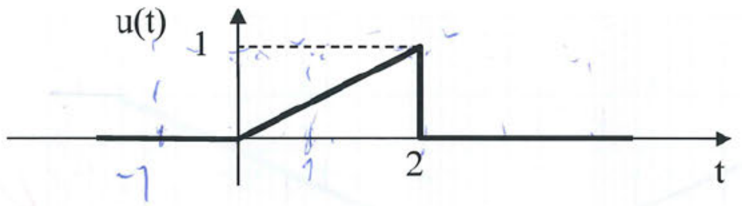
Ist dies Ihr letzter Prüfungsversuch (Bitte ankreuzen)?	Ja	nein X

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, schriftliche Unterlagen außer alten Klausuren
Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Aufgabe	1	2	3	Σ
erreichte Punktzahl	20	15	17	52

1. **Aufgabe** (20 von 60 Punkten)

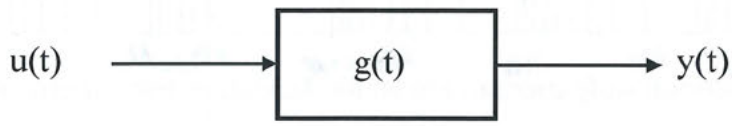
Gegeben sei das folgende zeitabhängige Signal *u(t)*:



a) Ermitteln Sie unter Verwendung der Sprungfunktion $\sigma(t)$ einen analytischen Ausdruck für die Funktion *u(t)*.

b) Berechnen Sie die Energie *E* des Signals *u(t)*.

Das Signal werde über ein System mit der Stoßantwort $g(t) = \sigma(t) - \sigma(t-2)$ übertragen.



c) Zeichnen Sie die zeitabhängige Funktion $g(T-t)$ für $T = 0$ und für $T = 3$.

d) In welchem Zeitintervall $t_1 \leq t \leq t_2$ besitzt das Ausgangssignal *y(t)* mit

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) \cdot g(t-\tau)\, d\tau$$ von null abweichende Werte?

e) Zu welchem Zeitpunkt t_{max} innerhalb dieses Intervals wird *y(t)* maximal und wie groß ist der Maximalwert $y(t_{max})$?

2. <u>Aufgabe</u> (20 von 60 Punkten)

[redacted]

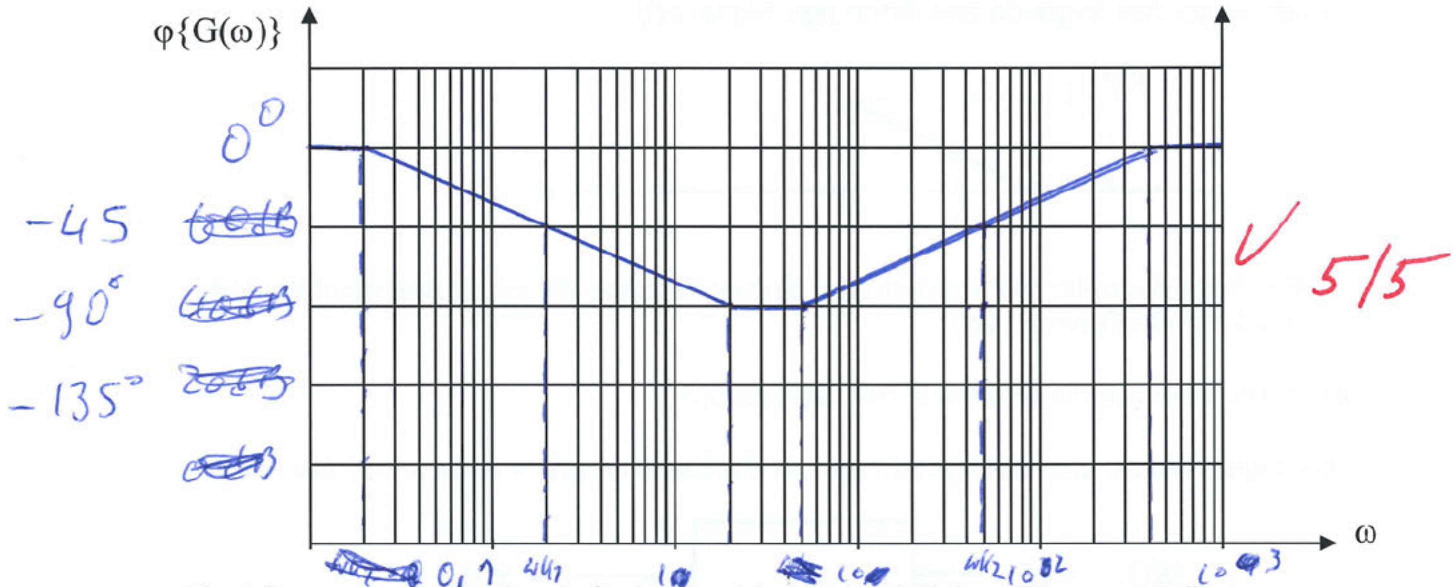
Gegeben sei das folgende LTI-System:

$$G(s) = 100 \cdot \frac{s+50}{5+25\cdot s}$$

a) Welches Globalverhalten zeigt das System? Ist *G(s)* realisierbar und stabil? Begründen Sie Ihre Antworten.

b) Bestimmen Sie die V-Normalform von *G(s)* und geben Sie den Verstärkungsfaktor sowie die Kennfrequenzen des Frequenzganges *G(ω)* an.

c) Tragen Sie den asymptotischen **Phasengang** von *G(ω)* in folgendes Bode-Diagramm ein (<u>Hinweis</u>: Wählen Sie basierend auf Unterpunkt b) eine geeignete Skalierung der Achsen).



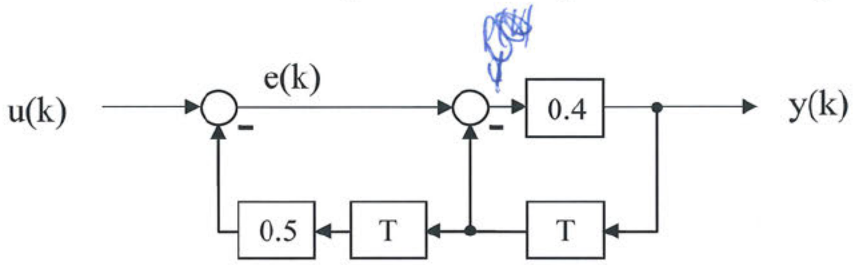
Zur Lösung der folgenden Aufgabenpunkte ist ein Matlab m-File zu erstellen:

d) Erzeugen Sie ein LTI-Objekt von G(s) und stellen Sie das Ausgangssignal des Systems auf ein cosinusförmiges Eingangssignal u(t) mit der Amplitude 2 und der Frequenz f = 80 Hz in einem Diagramm dar. Verwenden Sie zur Berechnung von u(t) einen Zeitvektor mit 1000 Elementen im Bereich von t = 0 bis 10·T mit T = 1/f.

e) Bilden Sie einen logarithmisch geteilten Frequenzvektor mit 400 Elementen in einem Frequenzbereich von exakt zwei Dekaden unterhalb der kleinsten Kennfrequenz bis zwei Dekaden oberhalb der maximalen Kennfrequenz von G(s) und zeichnen Sie den Amplituden und den Phasengang des Systems.

3. <u>Aufgabe</u> (20 von 60 Punkten)

Gegeben sei ein zeitdiskretes System durch folgendes Strukturdiagramm:



a) Welche Ordnung hat das gegebene System? Gibt es einen allgemeinen festen Zusammenhang zwischen der Anzahl der Verzögerungsglieder im Strukturdiagramm und der Systemordnung? Begründen Sie Ihre Antworten.

b) Ermitteln Sie aus dem Strukturdiagramm eine rekursive Differenzengleichung für das Ausgangssignal y(k). <u>Hinweis</u>: Bestimmen Sie zuerst eine Gleichung für e(k) und leiten Sie dann den Zusammenhang zwischen e(k) und y(k) her.

c) Bestimmen Sie numerisch die Sprungantwort des Systems, also das Ausgangssignal y(k) für $u(k) = \sigma(k)$, im Bereich $2 \leq k \leq 4$ mit $y(0) = y(1) = 0$.

d) Berechnen Sie aus der Differenzengleichung die z-Übertragungsfunktion G(z) des Systems.

e) Zeichnen Sie den Pol- und Nullstellenplan von G(z). Ist das System stabil?

1. Aufgabe

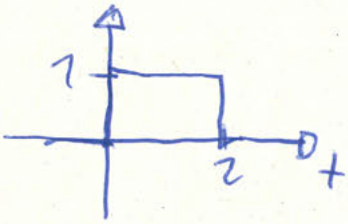
[redacted]

a) $u(t) = \frac{1}{2}\, t\, \underbrace{\sigma(t)}_{?} \left(\sigma(t) - \sigma(t-2)\right)$

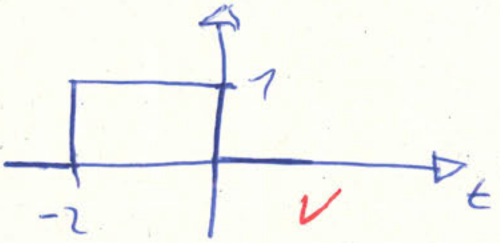
4/4

b) $E = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t)\, dt = \int_0^2 \left(\frac{1}{2} t\right) dt = \frac{1}{4} \frac{t^3}{3} \Big|_0^2 = \underline{\underline{0.66\overline{06}}}$ 4/4

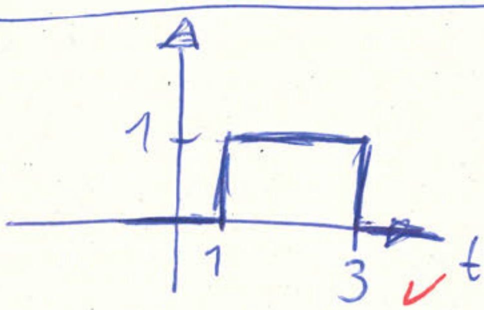
c) $g(t)$



$T = 0,\ g(-t)$ spiegelung



$T = 3,\ g(3-t) = g(-(t-3))$



4/4

d) $0 \le t \le 4$

4/4

e) $t_{max} = 2$

$y(t_{max}) = \int_0^2 \frac{1}{2} t\, dt = \frac{1}{2} \frac{t^2}{2} \Big|_0^2 = \underline{1}$ 4/4

[redacted]

2. Aufgabe

$$G(s) = 100 \cdot \frac{s+50}{5+25s} = \frac{100 \cdot 50}{5} \frac{1+\frac{s}{50}}{1+5s}$$

$$= 1000 \frac{1+\frac{s}{50}}{1+5s}$$

a) realisierbar, da Nennergrad ≥ Zählergrad

pollstelle liegt bei $-\frac{1}{5}$.

=> stabil, da pollstelle negativ ist.

=> Global proportional ✓ 3/3

b) V-Normalform

$$G(s) = 1000 \frac{1+\frac{s}{50}}{1+5s}$$ Kernfrequenz auch

Kernfrequenz

$\omega k_1 = \frac{1}{5}$ ✓

$\omega k_2 = 50$ ✓

$V = 1000$ 4/4

=> $20 \log(1000) = 60 \, dB$ ✓

d) 0/5

e) om = logspace(log10(5), log10(5e5,400));

~~bode~~ s= tf('s');

~~G~~ ~~G = 1000~~

$G = \frac{s+50}{5+25s}$; bode(G, om); 3/3 (✓)

3. Aufgabe

[redacted]

a) System 2. Ordnung, da
2 Verzögerungsglieder T vorhanden sind und beim gegeneinkopeln auch vorhanden sind ✓

2/4

b) $y(k) = 0.4 \cdot (e(k) - y(k-1))$ ✓

$= 0.4 \cdot (u(k) - 0.5y(k-2) - y(k-1))$ ✓

4/4

c)

$y(0) = y(1) = 0$

k	2	3	4
$u(k) = \sigma(k)$	1	1	1 ✓
$y(k)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{28}{125}$ ✓

4/4

d)

$y(k) = 0.4(u(k) - 0{,}5y(k-2) - y(k-1))$

$Y(z) = 0.4(U(z) - 0.5Y(z)z^{-2} - Y(z)z^{-1})$ ✓

$Y(z) = 0.4U(z) - 0.2Y(z)z^{-2} - 0.4Y(z)z^{-1}$ ✓

$Y(z) + 0.2Y(z)z^{-2} + 0.4Y(z)z^{-1} = 0.4U(z)$ ✓

$Y(z)[1 + 0.2z^{-2} + 0.4z^{-1}] = 0.4U(z)$ ✓

$\frac{Y(z)}{U(z)} = G(z) = \frac{0.4}{1 + 0.2z^{-2} + 0.4z^{-1}}$ ✓

4/4

3. Aufgabe

[redacted]

e)

~~Nullstellen~~

$$G(z) = \frac{0.4}{1+0.2z^{-2}+0.4z^{-1}} \quad \Big| \frac{z^2}{z^2}$$

$$= \frac{z^2\, 0.4}{z^2+0.4z+0.2}$$

Nullstellen bei: 0, 0

Pollstellen bei:

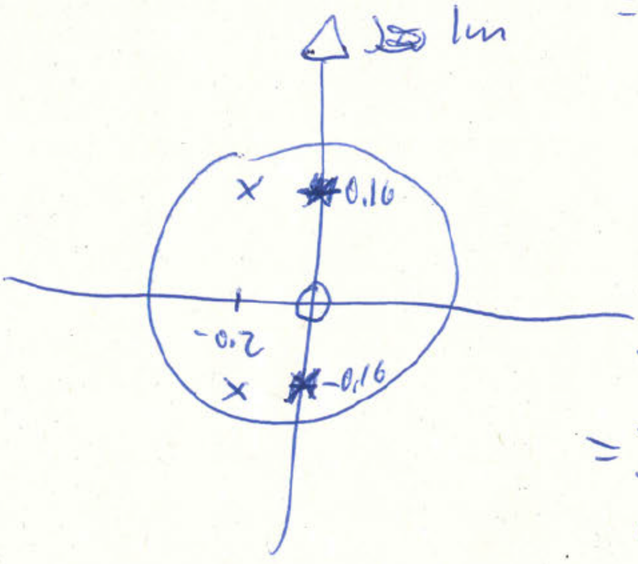
$$-\frac{0.4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0.4}{2}\right)^2 - 0.2}$$

=> komplexe Pollstellen $\sqrt{-1} = j$

$$-0.2 \pm \sqrt{-\frac{4}{25}} = -0.2 \pm \sqrt{-1 \cdot \frac{4}{25}}$$

=> $p_1 = -0.2 + j\frac{4}{25}$ f

$p_2 = -0.2 - j\frac{4}{25}$



=> stabil, da alle Nullstellen und Pollstellen im Einheitskreis liegen

3/4