

1. Aufgabe (18 Punkte). Gegeben ist die 3-reihige Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie sämtliche Eigenwerte und Eigenvektoren dieser Matrix.
Ist die Matrix A diagonalisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

2. Aufgabe (28 Punkte). Führen Sie Kurvendiskussion der Funktion

$$f(x) = \frac{2x^2 - x}{x - 1}$$

nach dem folgenden Schema:

- 1) Definitionsbereich,
- 2) Symmetrie,
- 3) Nullstellen,
- 4) Schnittpunkte mit der y -Achse,
- 5) Pole (senkrechte Asymptoten),
- 6) Asymptoten "in Unendlichen",
- 7) relative Extremwerte,
- 8) Wende- und Sattelpunkte,
- 9) Skizzieren Sie den Kurvenverlauf.

3. Aufgabe (14 Punkte). Führen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^4 - 81}$$

Partialbruchzerlegung durch.

4. Aufgabe (15 Punkte). Bestimmen Sie die Grenzwerte:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 \cdot e^{-x}) \qquad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}, \qquad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - x}{e^{2x} - 1}$$

5. Aufgabe (15 Punkte). Berechnen Sie das unbestimmte Integral (Partielle Integration):

$$\int x^2 \cdot \sin\left(\frac{x}{2}\right) dx,$$

6. Zusatzaufgabe (15 Punkte). Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$a) \int_0^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} t \cdot \sin(t^2) dt, \qquad b) \int_1^2 3(x+2)^2 dx$$