

Aufgabe 1: Zusammengesetzte Transformation

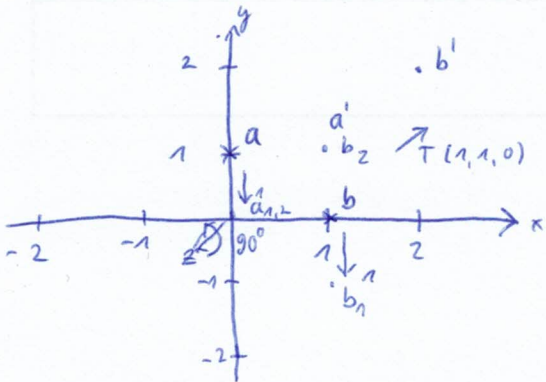


Gegeben seien zwei Punkte $\mathbf{a} = (0, 1, 0)$ und $\mathbf{b} = (1, 0, 0)$, und deren Bildpunkte $\mathbf{a}' = (1, 1, 0)$ und $\mathbf{b}' = (2, 2, 0)$.

Geben Sie eine aus einfachen Translationen und Rotationen zusammengesetzte Transformation M an, so dass gilt:

$$\mathbf{a}' = M \cdot \mathbf{a} \quad \mathbf{b}' = M \cdot \mathbf{b}$$

$$M = T(1, 1, 0) \cdot R_z(90^\circ) \cdot T(0, -1, 0)$$



Aufgabe 2: Kompositum Entwurfsmuster



Das Kompositum-Entwurfsmuster beschreibt einen Baum als *rekursive* Datenstruktur. Betrachten Sie die folgende Anwendung des Patterns zur Repräsentation einer Baumstruktur, die ganze Zahlen enthält. Die einzig unterstützte Operation ist die Bildung des Minimums über alle Zahlenwerte im Baum.

```
interface Numbers {
    int min();
}
class Single implements Numbers {
    int n;
    int min() {
        return n;
    }
}
class Group implements Numbers {
    Numbers[] numbers;
    int min() { ... }
}
```

Geben Sie die noch fehlende Implementierung der Methode `Group.min()` an.

```
int min() {
    minVal = ∞;
    for (Numbers num : numbers) {
        minVal = Math.min(minVal, num.min());
    }
    return minVal;
}
```

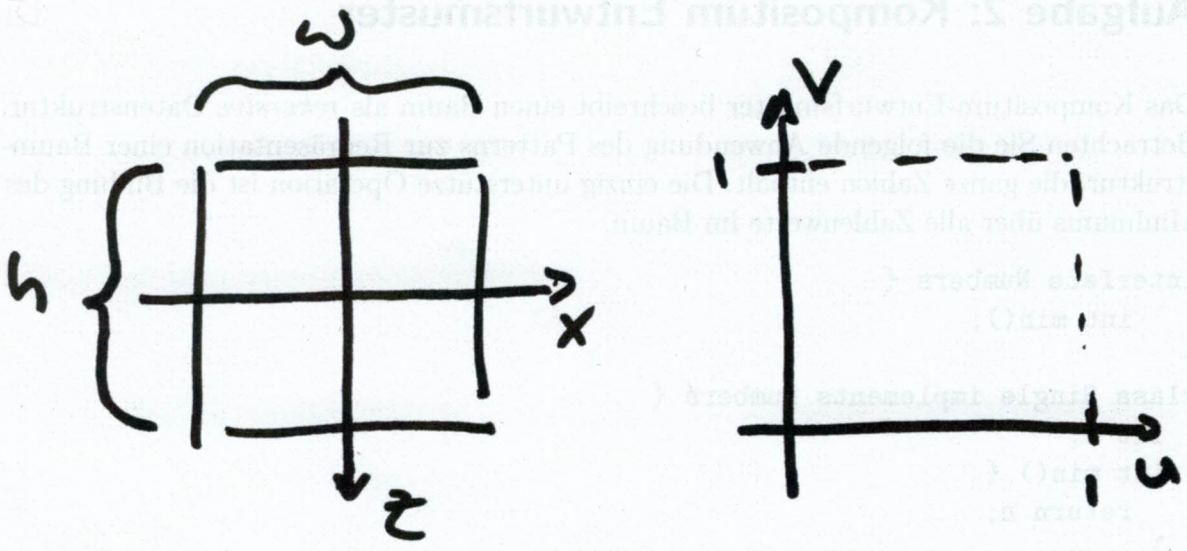


Abbildung 1: Parametrisierung der Ebene

Aufgabe 3: UV-Parametrisierung eines Ebenenstücks □

Für die Texturierung soll ein Teilstück einer Ebene parametrisiert werden. Das Ebenenstück liegt zentriert in der XZ-Ebene und hat die Breite w und die Höhe h .

Wie lautet die Parametrisierung in $u(x)$ und $v(z)$, so dass gilt:

$$\begin{aligned}
 u(-w/2) &= 0 \\
 u(w/2) &= 1 \\
 v(h/2) &= 0 \\
 v(-h/2) &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u(x) &= (x + \frac{w}{2}) / w \\
 v(z) &= (-z + \frac{h}{2}) / h
 \end{aligned}$$

Aufgabe 4: Speicherung von Rasterbildern



Ein RGB Bild wird mit 16 Bit pro Komponente in einem Array von Bytes gespeichert. Das Bild hat Full-HD (1920x1080 Pixel) Auflösung. Die Komponenten eines Pixels sind in der Reihenfolge rot, grün, blau abgelegt.

Wie lautet die Berechnungsvorschrift für den Index i in das Speicherarray für die *blaue* Komponente des Pixels mit den Koordinaten (x, y) ?

$$i = (y \cdot 1920 + x) \cdot 3 \cdot \frac{16}{8} + 4$$

Aufgabe 5: Homogene Koordinaten

5

Bei der Betrachtung eines 3D-Vektors in homogenen Koordinaten wird diesem eine 4. Koordinate w hinzugefügt. Welche Aussagen über die *Homogenisierende* w treffen bezüglich der Anwendung von affinen Koordinaten zu?

- Ein Vektor mit $w = 0$ repräsentiert eine Normale.
- Ein Vektor mit $w = 0$ repräsentiert einen Punkt.
- Ein Vektor mit $w = 1$ repräsentiert eine Richtung.
- Ein Vektor mit $w = 1$ repräsentiert eine Normale.
- Ein Vektor mit $w = 0$ repräsentiert eine Richtung.
- Ein Vektor mit $w = 1$ repräsentiert einen Punkt.
- Der Wert von w verändert sich bei Anwendung einer affinen Abbildung nicht.

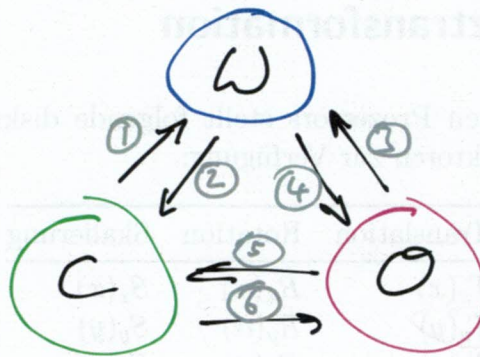


Abbildung 2:

Aufgabe 6: Koordinatensysteme

Häufig verwendete Koordinatensysteme in der Computergrafik sind das Weltkoordinatensystem (\mathcal{W}), das Kamerakoordinatensystem (\mathcal{C}) und das lokale Objektkoordinatensystem (\mathcal{O}). Die Kameratransformation (V) und die Modellierungstransformation (M) werden verwendet, um Punkte und Richtungen zwischen diesen System hin und her zu transformieren.

Wie lauten die durch die Pfeile symbolisierten Transformation in der Grafik?

- 6: $M^{-1} \cdot V$
- 4: M^{-1}
- 5: $V^{-1} \cdot M$
- 3: M
- 2: V^{-1}
- 1: V

Aufgabe 7: Ersatztransformation

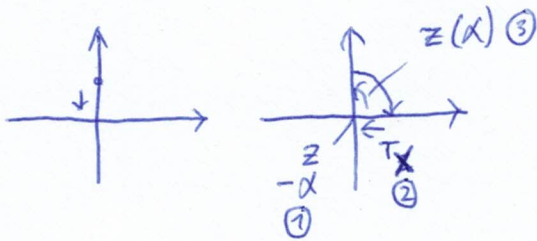


Die Hardware eines fiktiven Prozessors stellt folgende diskrete Operationen für die Transformation von 3D Vektoren zur Verfügung:

Translation	Rotation	Skalierung
$T_x(x)$	$R_x(\alpha)$	$S_x(x)$
$T_y(y)$	$R_y(\alpha)$	$S_y(y)$
$T_z(z)$	$R_z(\alpha)$	$S_z(z)$

Nehmen Sie an, dass die Hardwareeinheit für die Operation $T_y(y)$ ausfällt. Wie lässt sich diese Transformation durch eine Kombination aus den verbleibenden Operationen ersetzen? Wie lautet also $T_y^{\text{Ersatz}}(y)$

$$T_y^{\text{Ersatz}}(y) = R_z(90^\circ) \cdot T_x(y) \cdot R_z(-90^\circ)$$



Aufgabe 8: Supersampling



Bei der Abtastung eines Pixels kommen unterschiedliche Sampling-Strategien zum Einsatz.

```
public class SomeSampler implements Sampler {  
    ...  
    public Vec3 color(double x, double y) {  
        return sampler.color(x + 0.5, y + 0.5);  
    }  
}
```

Welche Art von Sampling wird in der Klasse `SomeSampler` implementiert?

- Stratified Sampling
- Random Sampling
- Das ist kein Pixel-Sampler
- Grid Sampling
- Point Sampling

Aufgabe 9: Transformation von Normalenvektoren

Die definierende Eigenschaft von Normalenvektoren ist, dass sie senkrecht auf der zugehörigen Oberfläche stehen. Welche der folgenden Transformationen M_N erhält diese Eigenschaft für die transformierten Normalenvektoren? M sei dabei eine beliebige aus Translationen, Rotationen und Skalierungen zusammengesetzte Modellierungstransformation, mit der Punkte auf der Oberflächen transformiert werden.

- $M_N = (M^{-1})^T$
- $M_N = M^{-1}$
- $M_N = (M^{-1})^{-1}$
- $M_N = M^T$
- $M_N = (M^T)^{-1}$

Aufgabe 10: Sampling-Artefakte J

Die Verwendung mehrerer Abtastpunkte pro Pixel bei der Bilderzeugung (Supersampling) hilft welche der folgenden, für die Bildqualität abträglichen Effekte zu vermeiden?

- Treppeneffekte an Silhouette von Objekten
- Geringe Farbauflösung in dunklen Bildbereichen
- Nichtlineare Wiedergabe linearer Intensitätsverläufe
- Farbverschiebungen im RGB-Spektrum.
- Moiré-Effekte auf fein strukturierten Oberflächen

Aufgabe 11: Kreuzprodukt □

Welche der folgenden Zusammenhänge beschreiben das Kreuzprodukt $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ zwischen zwei Vektoren \mathbf{a} und \mathbf{b} korrekt?

- $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos \theta$
- $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ ist parallel zur aufgespannten Ebene
- $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = \sin \theta$
- $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$
- $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin \theta$
- $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$
- $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$ ist die Flächenmaßzahl des aufgespannten Parallelograms

Aufgabe 12: Eigenschaften der Transmission 5

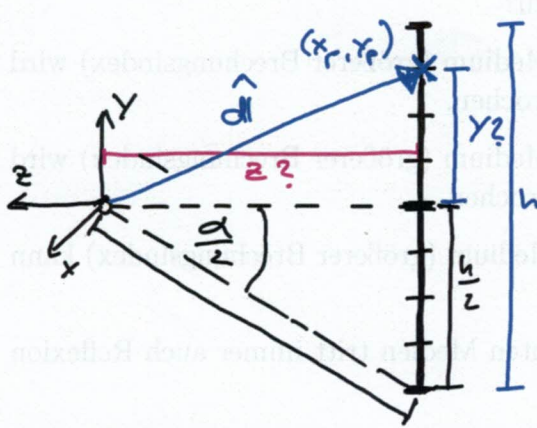
Das *Snelliussche Brechungsgesetz*, die *Fresnelschen Formeln* und die *Schlick Approximation* werden in der Computergrafik oft verwendet, um das Verhalten eines Strahls beim Übergang von einem transparenten Medium in ein Anderes zu beschreiben. Welche der folgenden Aussagen über diesen Prozess treffen zu?

- Beim Übergang in ein optisch dichteres Medium (größerer Brechungsindex) wird der Strahl *zum Lot der Oberfläche hin* gebrochen.
- Beim Übergang in ein optisch dichteres Medium (größerer Brechungsindex) wird der Strahl *vom Lot der Oberfläche weg* gebrochen.
- Beim Übergang in ein optisch dichteres Medium (größerer Brechungsindex) kann *Totalreflexion* auftreten.
- Beim Übergang zwischen zwei transparenten Medien tritt immer auch Reflexion auf.
- Beim Übergang in ein optisch weniger dichtes Medium (kleinerer Brechungsindex) kann *Totalreflexion* auftreten.



Aufgabe 13: Strahlerzeugung in der Kamera

Die Abbildung zeigt die Herleitung der Strahlerzeugung für eine perspektivische Kamera im Ursprung mit einem rechtshändigen Koordinatensystem, in dem die X-Achse nach *rechts*, die Y-Achse nach *oben* und die Z-Achse nach *hinten* zeigt.



$$x = \frac{h}{2} - y_r$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{h/2}{z}$$

$$z = -\frac{h/2}{\tan \frac{\alpha}{2}}$$

$$x = x_r - \frac{w}{2}$$

Wie lautet der noch nicht normalisierte Richtungsvektor \mathbf{d} eines Strahls durch das Pixel mit den Koordinaten (4, 3), der von der oben gezeigten Kamera mit einem Öffnungswinkel von $\frac{\pi}{3}$ (60°) für ein Bild der Größe 8×6 Pixel (Breite \times Höhe) erzeugt wird?

$$x = 4 - \frac{8}{2} = 0$$

$$y = \frac{6}{2} - 3 = 0$$

$$z = -\frac{6/2}{\tan \frac{\pi}{6}} = -\frac{3}{\tan \frac{\pi}{6}}$$

$$x_p = 4 \quad w = 8 \quad \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$y_p = 3 \quad h = 6$$

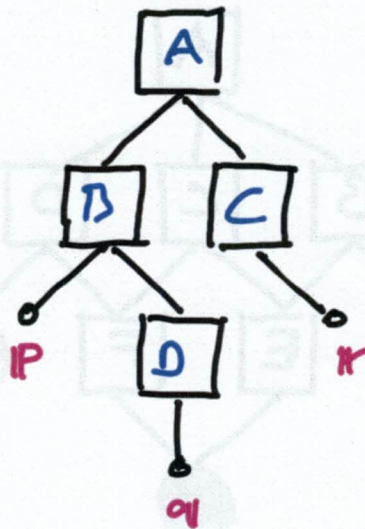


Abbildung 3:

Aufgabe 14: Transformationen im Szenengraphen J

Die Abbildung zeigt einen Szenengraphen mit den vier Transformationen A , B , C und D , sowie den drei Punkten p , q und r .

Wie lauten die zusammengesetzten Transformationen, die, wie nachfolgend angegeben, den Punkt in das Zielkoordinatensystem transformieren?

\mathcal{W} ist dabei das globale Weltkoordinatensystem.

- $p \Rightarrow \mathcal{W}$: $A \cdot B \cdot p$
- $q \Rightarrow \mathcal{B}$: $D \cdot q$
- $r \Rightarrow \mathcal{D}$: $D^{-1} \cdot B^{-1} \cdot C \cdot r$
- $q \Rightarrow \mathcal{W}$: $A \cdot B \cdot D \cdot q$
- $p \Rightarrow \mathcal{D}$: $D^{-1} \cdot p$

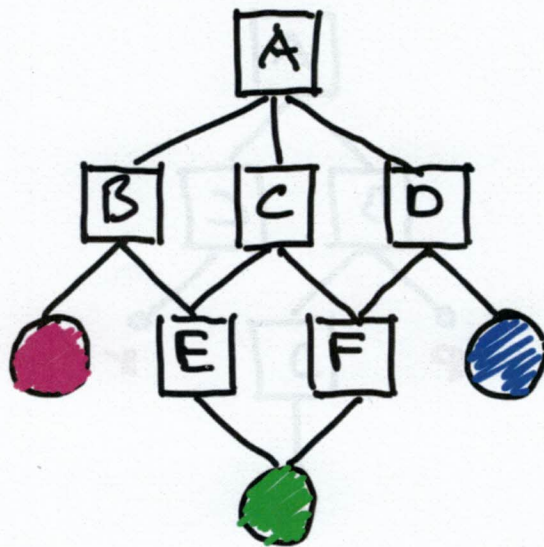


Abbildung 4:

Aufgabe 15: Transformationen im Szenengraphen 2

Die Abbildung zeigt einen Szenengraphen mit sieben Gruppenknoten, sowie drei Geometrie-knoten, die eine rote, eine grüne und eine blaue Kugel repräsentieren.

Wieviele Kugelinstanzen werden insgesamt in der gerenderten Szene enthalten sein? Geben Sie für jede dieser Instanzen die Farbe und die Modellierungstransformation M an.

Es sind $\textcircled{3}^f$ Kugelinstanzen, ^{die} in der gerenderten Szene enthalten sein.

1. Instanz: Farbe rot; $M = A \cdot B$

2. Instanz: Farbe blau; $M = A \cdot D$

(3. Instanz: Farbe grün; $M = A \cdot C \cdot E$)^f

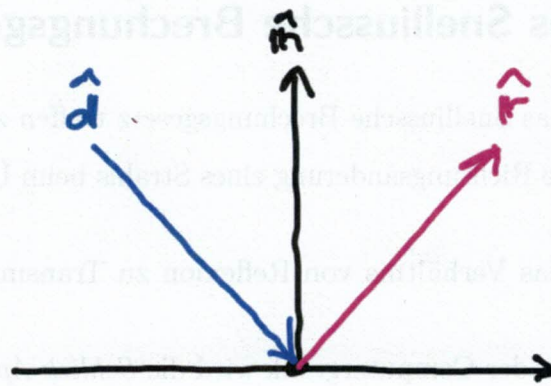


Abbildung 5:

Aufgabe 16: Reflexionsrichtung



Geben Sie die Reflexionsrichtung \hat{r} eines einfallenden Strahls \hat{d} an, der auf eine perfekt spiegelnde Oberfläche mit dem Normalenvektor \hat{n} trifft.

$$\hat{r} = \hat{d} - 2(\hat{d} \cdot \hat{n}) \cdot \hat{n}$$

Aufgabe 17: Das Snelliussche Brechungsgesetz



Welche Aussagen über das Snelliussche Brechungsgesetz treffen zu?

- ✓ • Es beschreibt die Richtungsänderung eines Strahls beim Übergang in ein anderes Medium.
- Es beschreibt das Verhältnis von Reflexion zu Transmission an einer ebenen Grenzfläche.
- Zur Berechnung in der Computergrafik wird die *Schlick Approximation* verwendet.
- f • Es lautet: $n_1 \sin \theta_2 = n_2 \sin \theta_1$
- f • Es lautet: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

Aufgabe 16: Reflexionsrichtung

Geben Sie die Reflexionsrichtung \vec{r} eines einfallenden Strahls \vec{i} an, der auf eine spiegelnde Oberfläche mit dem Normalektor \vec{n} trifft.

$\vec{r} = \vec{i} - 2(\vec{i} \cdot \vec{n})\vec{n}$

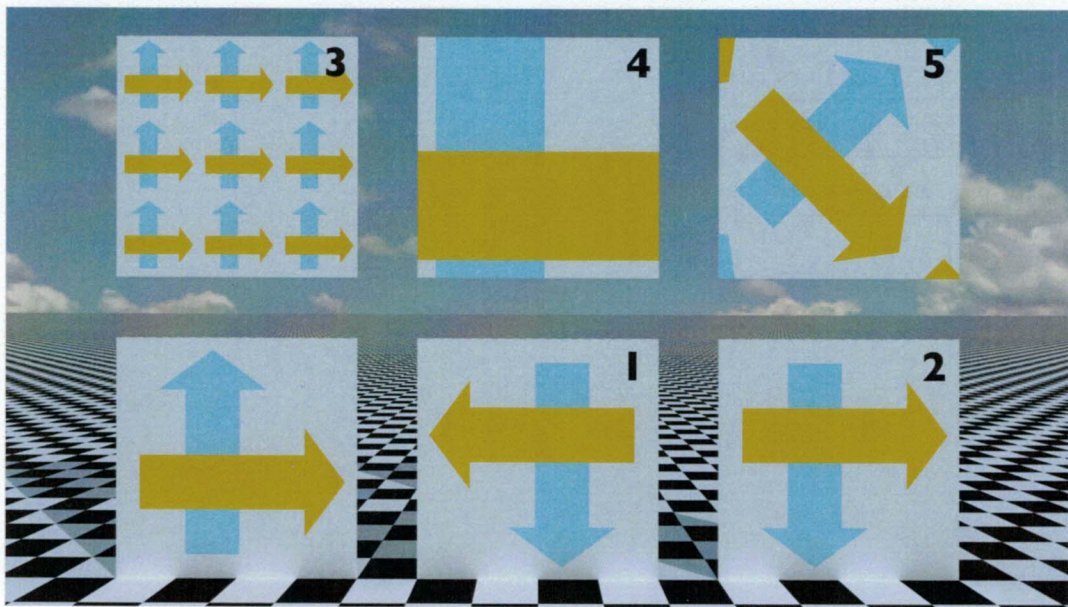


Abbildung 6: Anwendung einer transformierten Textur auf 6 Quadrate.

Aufgabe 18: Transformation von Texturkoordinaten



Das unmarkierte Quadrat unten links im Bild ist mit einer Textur (blauer Pfeil, oranger Pfeil) versehen. Die Texturkoordinaten wurden für dieses Quadrat *nicht* transformiert.

Die Quadrate 1 bis 5 zeigen dieselbe Textur, allerdings mit transformierten Texturkoordinaten. Geben Sie jeweils die verwendete, unter Umständen zusammengesetzte Transformation für diese Quadrate in folgender Notation an:

- $T(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ für eine Translation
- $S(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ für eine Skalierung
- $R(\alpha)$ für eine Rotation in der UV -Ebene

1) $S(-1, -1)$ ✓

2) $S(1, -1)$ ✓

3) $S(3, 3)$

4) $T(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \cdot S(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

5) $R(-45^\circ)$

Folgende Transformationen wurden verwendet:

- 1: $S(-1, -1)$ ✓
- 4: $T(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \cdot S(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ✓
- 5: $R(-45^\circ)$ ✓
- 3: $S(3, 3)$ ✓
- 2: $S(1, -1)$ ✓

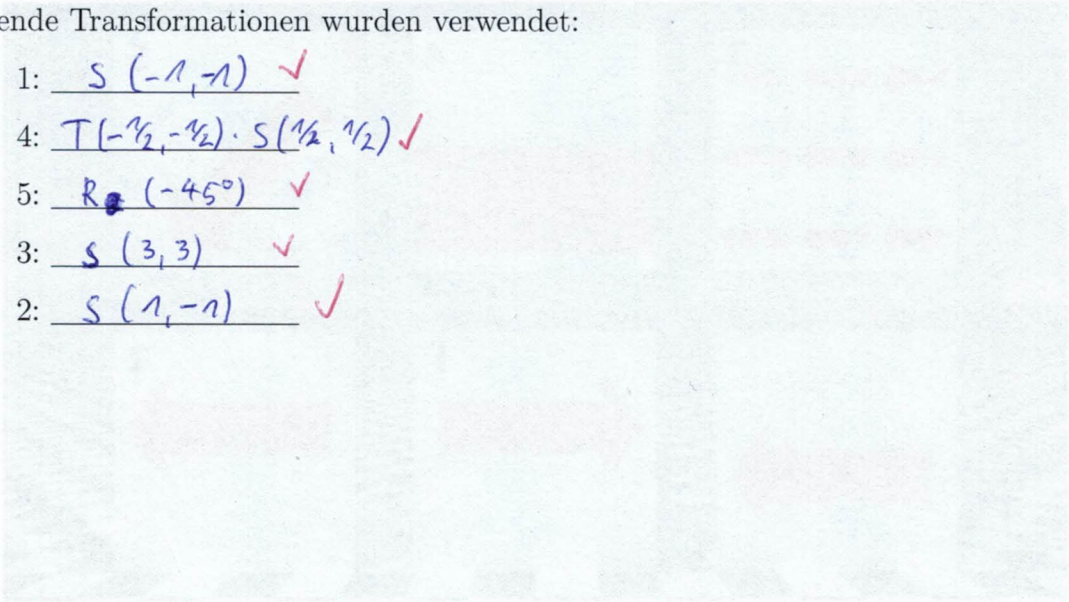


Abbildung 18: Anwendung einer transformierten Textur auf 8 Quadrate

Aufgabe 18: Transformation von Texturkoordinaten

Die Quadrate 1 bis 8 zeigen dieselbe Textur, allerdings mit transformierten Texturkoordinaten. Geben Sie jeweils die verwendete, unter Umständen zusammengesetzte Transformation für diese Quadrate in folgender Notation an:

- $T(u, v)$ für eine Translation
- $S(u, v)$ für eine Skalierung
- $R(\alpha)$ für eine Rotation in der UV-Ebene

- 1) $S(-1, -1)$ ✓
- 2) $S(1, -1)$ ✓
- 3) $S(3, 3)$ ✓
- 4) $T(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \cdot S(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ✓
- 5) $R(-45^\circ)$ ✓