[redacted]

# Halbzeittest

Datum: 22.05.2017 14:15
Dauer: 30 min
Aufgaben: 6
[redacted]

## Auswertung

Punkte: 17

## Hinweise

Bitte beachten Sie folgende Hinweise:

- Sollten in Ihren Ergebnissen Ausdrücke wie $\tan \frac{\pi}{3}$ oder $\frac{1}{\sqrt{3}}$ vorkommen, bitte lassen Sie diese so stehen, und Ihren Taschenrechner liegen.
- Nebenrechnungen und Herleitungen können Punkte bringen, selbst wenn das Ergebnis falsch ist. Führen Sie diese also auf dem Aufgabenblatt oder dessen Rückseite durch.
- Quellcode fügen Sie bitte in Reinschrift in das vorgesehene Feld ein. Bei nachträglichen Korrekturen droht schnell Unlesbarkeit und Punktverlust.

## Aufgabe 1: Zusammengesetzte Transformation $\boxed{2}$

Gegeben seien ein Punkt $\mathbf{a} = (0, 1, 0)$ und eine Richtung $\mathbf{d} = (-1, 1, 0)$, und deren Bildvektoren $\mathbf{a}' = (1, 1, 0)$ und $\mathbf{d}' = (1, -1, 0)$.

Geben Sie eine aus einfachen Translationen und Rotationen zusammengesetzte Transformation $M$ an, do dass gilt:

$$\mathbf{a}' = M \cdot \mathbf{a} \qquad \mathbf{d}' = M \cdot \mathbf{d}$$

$a' = T(1,0,0) \cdot a \qquad d' = R_z(180) \cdot d$ ✓

ein M!

## Aufgabe 2: Speicherung von Rasterbildern

Ein RGB Bild wird mit 16 Bit pro Komponente in einem Array von Bytes gespeichert. Das Bild hat Full-HD (1920x1080 Pixel) Auflösung. Die Komponenten eines Pixels sind in der Reihenfolge rot, grün, blau abgelegt.

Wie lautet die Berechnungsvorschrift für den Index $i$ in das Speicherarray für die *blaue* Komponente des Pixels mit den Koordinaten $(x, y)$?

$((w \cdot y + x) \cdot 3 \cdot 2) + 4$ ✓

$((1920 \cdot y + x) \cdot 3 \cdot 2) + 4$

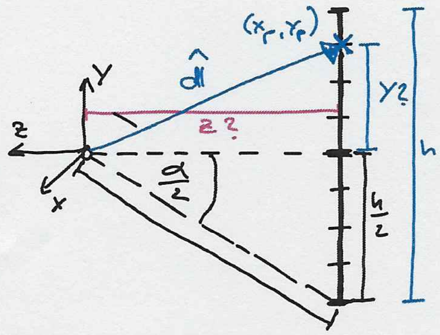
Komponente:

r r g g b b

8Bit 8Bit...

## Aufgabe 3: Strahlerzeugung in der Kamera

Die Abbildung zeigt die Herleitung der Strahlerzeugung für eine perspektivische Kamera im Ursprung mit einem rechtshändigen Koordinatensystem, in dem die X-Achse nach *rechts*, die Y-Achse nach *oben* und die Z-Achse nach *hinten* zeigt.




$$y = \frac{h}{2} - y_r$$

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{h/2}{z}$$

$$z = -\frac{h/2}{\tan\frac{\alpha}{2}}$$

$$x = x_r - \frac{w}{2}$$

Wie lautet der noch nicht normalisierte Richtungsvektor **d** eines Strahls durch das Pixel mit den Koordinaten $(1, 5)$, der von der oben gezeigten Kamera mit einem Öffnungswinkel von $\frac{\pi}{3}$ $(60°)$ für ein Bild der Größe $8 \times 6$ Pixel (Breite $\times$ Höhe) erzeugt wird?

$$\begin{pmatrix} 1 - \frac{8}{2} \\ \frac{6}{2} - 5 \\ -\frac{\frac{6}{2}}{\tan\frac{60}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -\frac{2}{\tan 30} \end{pmatrix}$$ ✓

$$1 - \frac{8}{2}$$

$$\frac{6}{2} - 5$$

$$-\frac{\frac{6}{2}}{\tan\frac{60}{2}}$$

# Aufgabe 4: Lineare Interpolation

1

Die Funktion $\mathbf{c}(x)$ interpoliert linear zwischen den zwei Farben $\mathbf{r} = (1.0, 1.0, 1.0)$ und $\mathbf{s} = (0.2, 0.2, 0.6)$. Dabei gilt

$$\mathbf{c}(x_0) = \mathbf{r}, \qquad \mathbf{c}(x_1) = \mathbf{s}$$

Welchen Wert hat dann $\mathbf{c}(6)$, wenn $x_0 = 0$ und $x_1 = 8$ ist?

- ☐ $\mathbf{c}(6) = \begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.7 \\ 0.4 \end{pmatrix}$
- ✓ ☒ $\mathbf{c}(6) = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.4 \\ 0.7 \end{pmatrix}$
- ☐ $\mathbf{c}(6) = \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.6 \\ 0.8 \end{pmatrix}$
- ☐ $\mathbf{c}(6) = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.8 \\ 0.9 \end{pmatrix}$
- ☐ $\mathbf{c}(6) = \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.9 \\ 0.7 \end{pmatrix}$

$\cancel{x_1} - x_0$

$$\frac{x_1 - x}{x_1 - x_0} a + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} b$$

$$\frac{8 - 6}{8 - 0} 1 + \frac{6 - 0}{8 - 0} 0.2$$

$$\frac{2}{8} + \frac{6}{8}$$

## Aufgabe 5: Spiegelung an einer Geraden $\boxed{6}$

Gegeben sei eine Gerade $G$ durch die Punkte $\mathbf{a} = (0, 1, 0)$ und $\mathbf{b} = (1, 0, 0)$ und der Punkt $\mathbf{p} = (-1, 0, 0)$. Gesucht ist die Transformation $S_G$, die alle Punkte der Ebene $z = 0$ an der Geraden $G$ spiegelt.

Überlegen Sie zunächst, welche Koordinaten der an der Geraden $G$ in der Ebene $z = 0$ gespiegelte Punkt $\mathbf{p}' = S_G \cdot \mathbf{p}$ hat? Eine Zeichnung hilft dabei.

Die Transformation $S_G$ lässt sich aus den grundlegenden Transformationen *Translation*, *Skalierung* und *Rotation* zusammensetzen. Welche der folgenden Transformationen geben die Spiegelung $S_G$ korrekt wieder?

- ☐ $S_G = R_z(\pi/2) \cdot S(1, -1, 1) \cdot R_z(-\pi/2)$
- f ☐ $S_G = T(\mathbf{a}) \cdot R_z(\pi/2) \cdot S(-1, 1, 1) \cdot R_z(-\pi/2) \cdot T(-\mathbf{a})$
- f ☒ $S_G = T(-\mathbf{b}) \cdot S(-1, 1, 1) \cdot R_z(\pi/2) \cdot T(\mathbf{b})$
- f ☐ $S_G = T(\mathbf{a}) \cdot S(-1, -1, 1) \cdot T(-\mathbf{a})$
- ☐ $S_G = R_z(-\pi/2) \cdot S(1, -1, 1) \cdot R_z(\pi/2)$
- f ☒ $S_G = T(\mathbf{b}) \cdot S(-1, 1, 1) \cdot R_z(-\pi/2) \cdot T(-\mathbf{b})$

## Aufgabe 6: Kreuzprodukt $\boxed{0}$

Welche der folgenden Zusammenhänge beschreiben das Kreuzprodukt $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ zwischen zwei Vektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ korrekt?

f
- ☐ $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$ ist die Flächenmaßzahl des aufgespannten Parallelograms

f
- ☐ $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$
- ☐ $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos\theta$
- ☐ $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin\theta$
- ☐ $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ ist parallel zur aufgespannten Ebene
- ☐ $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = \sin\theta$

f
- ☒ $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$