



Klausur

Computergrafik Grundlagen

Datum: 20.07.2017 10:00

Dauer: 90 min

Aufgaben: 18

Übungsgruppe: 3

Auswertung

Punkte: 38

Hinweise

Bitte beachten Sie folgende Hinweise:

- Sollten in Ihren Ergebnissen Ausdrücke wie $\tan \frac{\pi}{3}$ oder $\frac{1}{\sqrt{3}}$ vorkommen, bitte lassen Sie diese so stehen, und Ihren Taschenrechner liegen.
- Nebenrechnungen und Herleitungen können Punkte bringen, selbst wenn das Ergebnis falsch ist. Führen Sie diese also auf dem Aufgabenblatt oder dessen Rückseite durch.
- Quellcode fügen Sie bitte in Reinschrift in das vorgesehene Feld ein. Bei nachträglichen Korrekturen droht schnell Unlesbarkeit und Punktverlust.

Aufgabe 1: Beschleunigung mit einer Hüllkörperhierarchie



Das Raytracing eines Szenegraphen kann durch die Verwendung einer Hüllkörperhierarchie wesentlich beschleunigt werden. Dazu wird für jeden Knoten des Graphen ein Hüllkörper berechnet, der sämtliche untergeordnete Objekte umschließt. Beim Raytracing eines Knoten, wird der Schnitt mit dem Hüllkörper dann zuerst ausgewertet. Welches Laufzeitverhalten erhält man dadurch im Idealfall? Dabei ist k die Anzahl der Knoten im Szenegraphen, und n die Anzahl der insgesamt verschickten Strahlen.

- $O(k) = n \cdot k$
- $O(k) = n \cdot \log n$
- $O(k) = k \cdot \log k$
- $O(k) = k \cdot \log n$
- $O(k) = k^2$
- $O(k) = n \cdot \log k$

Aufgabe 2: Lineare Interpolation



Die Funktion $f(x)$ interpoliert linear zwischen zwei Punkten \mathbf{p} und \mathbf{q} .
Dabei gilt

$$f(x_0) = \mathbf{q}, \quad f(x_1) = \mathbf{p}$$

Welchen Wert hat dann $f(0)$, wenn $x_0 = -2$ und $x_1 = 1$ ist?

- $f(0) = \frac{1}{3}(2\mathbf{p} + \mathbf{q})$
- $f(0) = \frac{1}{3}\mathbf{p} - \frac{1}{6}\mathbf{q}$
- $f(0) = \frac{1}{2}(3\mathbf{p} + \mathbf{q})$
- $f(0) = \frac{1}{3}\mathbf{p} + \frac{2}{3}\mathbf{q}$
- $f(0) = -2\mathbf{p} + \mathbf{q}$

Aufgabe 3: Eigenschaften der Transmission

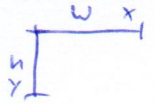
Das *Snelliussche Brechungsgesetz*, die *Fresnelschen Formeln* und die *Schlick Approximation* werden in der Computergrafik oft verwendet, um das Verhalten eines Strahls beim Übergang von einem transparenten Medium in ein Anderes zu beschreiben. Welche der folgenden Aussagen über diesen Prozess treffen zu?

- Beim Übergang in ein optisch dichteres Medium (größerer Brechungsindex) wird der Strahl *zum Lot der Oberfläche hin* gebrochen.
- Beim Übergang in ein optisch dichteres Medium (größerer Brechungsindex) wird der Strahl *vom Lot der Oberfläche weg* gebrochen.
- Beim Übergang zwischen zwei transparenten Medien tritt immer auch Reflexion auf.
- Beim Übergang in ein optisch weniger dichtes Medium (kleinerer Brechungsindex) kann *Totalreflexion* auftreten.
- Beim Übergang in ein optisch dichteres Medium (größerer Brechungsindex) kann *Totalreflexion* auftreten.

Aufgabe 4: Speicherung von Rasterbildern □

Ein RGB Bild wird mit 8 Bit pro Komponente in einem Array von Bytes gespeichert. Das Bild hat Full-HD (1920x1080 Pixel) Auflösung. Die Komponenten eines Pixels sind in der Reihenfolge rot, grün, blau abgelegt.

Wie lautet die Berechnungsvorschrift für den Index i in das Speicherarray für die *grüne* Komponente des Pixels mit den Koordinaten (x, y) ?



$$i = \text{width} \cdot y + x + 1$$

$$i = \text{width} \cdot y + x + 2$$

Aufgabe 5: Ersatztransformation

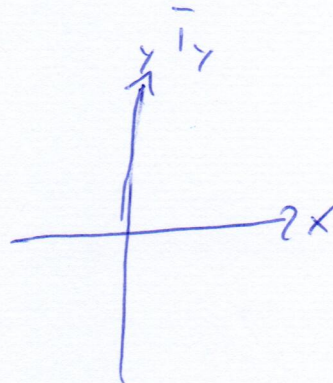


Die Hardware eines fiktiven Prozessors stellt folgende diskrete Operationen für die Transformation von 3D Vektoren zur Verfügung:

Translation	Rotation	Skalierung
$T_x(x)$	$R_x(\alpha)$	$S_x(x)$
$T_y(y)$	$R_y(\alpha)$	$S_y(y)$
$T_z(z)$	$R_z(\alpha)$	$S_z(z)$

Nehmen Sie an, dass die Hardwareeinheit für die Operation $T_y(y)$ ausfällt. Wie lässt sich diese Transformation durch eine Kombination aus den verbleibenden Operationen ersetzen? Wie lautet also $T_y^{\text{Ersatz}}(y)$

$$T_y^{\text{Ersatz}} = R_z T_x$$



Aufgabe 6: Kompositum Entwurfsmuster



Das Kompositum-Entwurfsmuster beschreibt einen Baum als *rekursive* Datenstruktur. Betrachten Sie die folgende Anwendung des Patterns zur Repräsentation einer Baumstruktur, die ganze Zahlen enthält. Die einzig unterstützte Operation ist die Summenbildung über alle Zahlenwerte im Baum.

```
interface Numbers {
    int sum();
}
class Single implements Numbers {
    int n;
    int sum() {
        return n;
    }
}
class Group implements Numbers {
    Numbers[] numbers;
    int sum() { ... }
}
```

Geben Sie die noch fehlende Implementierung der Methode `Group.sum()` an.

```
for (Numbers number : Numbers) {
    number += number;
    return number;
}
```

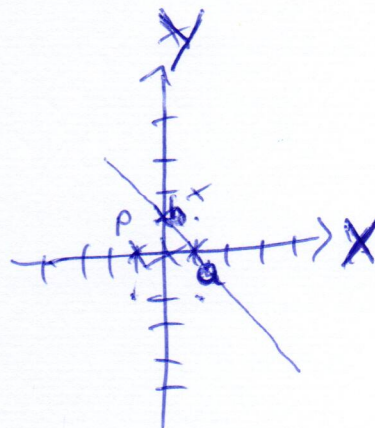
Aufgabe 7: Spiegelung an einer Geraden 4

Gegeben sei eine Gerade G durch die Punkte $\mathbf{a} = (0, 1, 0)$ und $\mathbf{b} = (1, 0, 0)$ und der Punkt $\mathbf{p} = (-1, 0, 0)$. Gesucht ist die Transformation S_G , die alle Punkte der Ebene $z = 0$ an der Geraden G spiegelt.

Überlegen Sie zunächst, welche Koordinaten der an der Geraden G in der Ebene $z = 0$ gespiegelte Punkt $\mathbf{p}' = S_G \cdot \mathbf{p}$ hat? Eine Zeichnung hilft dabei.

Die Transformation S_G lässt sich aus den grundlegenden Transformationen *Translation*, *Skalierung* und *Rotation* zusammensetzen. Welche der folgenden Transformationen geben die Spiegelung S_G korrekt wieder?

- $S_G = T(\mathbf{a}) \cdot S(-1, -1, 1) \cdot T(-\mathbf{a})$
- $S_G = T(\mathbf{b}) \cdot S(-1, 1, 1) \cdot R_z(-\pi/2) \cdot T(-\mathbf{b})$
- $S_G = R_z(-\pi/2) \cdot S(1, -1, 1) \cdot R_z(\pi/2)$
- $S_G = R_z(\pi/2) \cdot S(1, -1, 1) \cdot R_z(-\pi/2)$
- $S_G = T(-\mathbf{b}) \cdot S(-1, 1, 1) \cdot R_z(\pi/2) \cdot T(\mathbf{b})$



Aufgabe 8: Supersampling



Bei der Abtastung eines Pixels kommen unterschiedliche Sampling-Strategien zum Einsatz. Welche Art von Sampling wird in der folgenden Klasse implementiert?

```
public class SomeSampler implements Sampler {  
    ...  
    public Vec3 color(double x, double y) {  
        return sampler.color(x + 0.5, y + 0.5);  
    }  
}
```

- Stratified Sampling
- Random Sampling
- Grid Sampling
- Point Sampling
- Das ist kein Pixel-Sampler

Aufgabe 9: Zusammengesetzte Transformation



Gegeben seien ein Punkt $\mathbf{a} = (0, 0, 0)$ und eine Richtung $\mathbf{d} = (1, 0, 0)$, und deren Bildvektoren $\mathbf{a}' = (1, 1, 0)$ und $\mathbf{d}' = (0, 1, 0)$.

Geben Sie eine aus einfachen Translationen und Rotationen zusammengesetzte Transformation M an, so dass gilt:

$$\mathbf{a}' = M \cdot \mathbf{a} \quad \mathbf{d}' = M \cdot \mathbf{d}$$

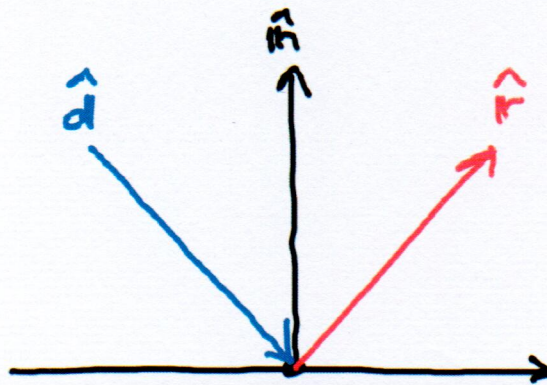


Abbildung 109:

Aufgabe 10: Reflexionsrichtung



Welche der folgenden Gleichungen beschreiben die Reflexionsrichtung \hat{r} eines einfallenden Strahls \hat{d} , der auf eine perfekt spiegelnde Oberfläche mit dem Normalenvektor \hat{n} trifft.

- $\hat{r} = \hat{d} - 2b\hat{n}, b = -\hat{n} \cdot \hat{d}$
- $\hat{r} = \hat{n} + 2(\hat{d} \cdot \hat{n})\hat{d}$
- $\hat{r} = \hat{n} - 2(\hat{d} \cdot \hat{n})\hat{d}$
- $\hat{r} = \hat{d} + 2(\hat{n} \cdot \hat{d})\hat{n}$
- $\hat{r} = \hat{d} + 2b\hat{n}, b = -\hat{n} \cdot \hat{d}$
- $\hat{r} = \hat{d} - 2(\hat{n} \cdot \hat{d})\hat{n}$

Aufgabe 11: Das Snelliussche Brechungsgesetz



Welche Aussagen über das Snelliussche Brechungsgesetz treffen zu?

- Es beschreibt die Richtungsänderung eines Strahls beim Übergang in ein anderes Medium.
- Es beschreibt das Verhältnis von Reflexion zu Transmisison an einer ebenen Grenzfläche.
- Es lautet: $n_1 \sin \theta_2 = n_2 \sin \theta_1$
- Es lautet: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$
- Zur Berechnung in der Computergrafik wird die *Schlick Approximation* verwendet.

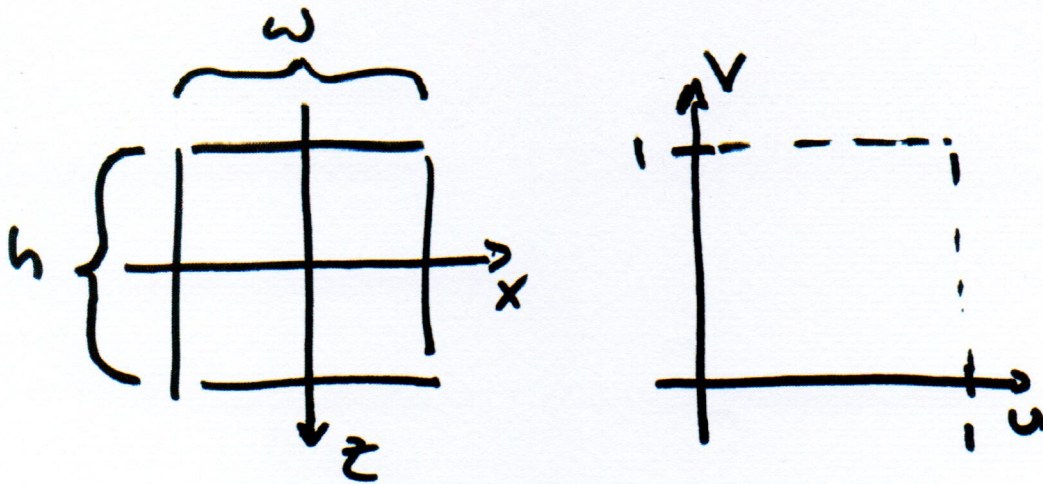


Abbildung 110: Parametrisierung der Ebene

Aufgabe 12: UV-Parametrisierung eines Ebenenstücks



Für die Texturierung soll ein Teilstück einer Ebene parametrisiert werden. Das Ebenenstück liegt zentriert in der XZ -Ebene und hat die Breite w und die Höhe h .

Wie lautet die Parametrisierung in $u(x)$ und $v(z)$, so dass gilt:

$$u(-w/2) = 0$$

$$u(w/2) = 1$$

$$v(h/2) = 0$$

$$v(-h/2) = 1$$

Aufgabe 13: Kreuzprodukt



Welche der folgenden Zusammenhänge beschreiben das Kreuzprodukt $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ zwischen zwei Vektoren \mathbf{a} und \mathbf{b} korrekt?

- $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos \theta$
- $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ ist parallel zur aufgespannten Ebene
- $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$ ist die Flächenmaßzahl des aufgespannten Parallelograms
- $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$
- $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = \sin \theta$
- $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$
- $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin \theta$

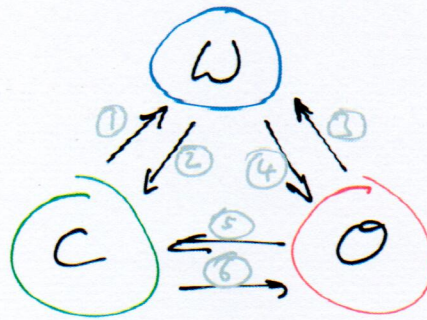


Abbildung 111:

Aufgabe 14: Koordinatensysteme



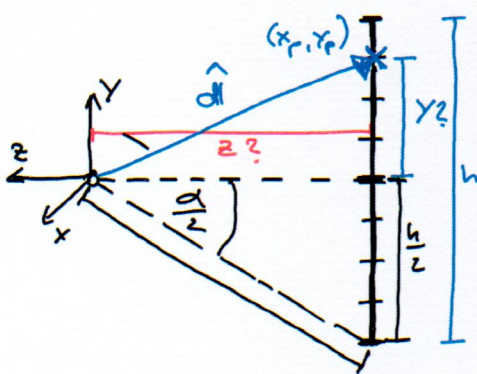
Häufig verwendete Koordinatensysteme in der Computergrafik sind das Weltkoordinatensystem (W), das Kamerakoordinatensystem (C) und das lokale Objektkoordinatensystem (O). Die Kameratransformation (V) und die Modellierungstransformation (M) werden verwendet, um Punkte und Richtungen zwischen diesen System hin und her zu transformieren.

Wie lauten die durch die Pfeile symbolisierten Transformation in der Grafik?

- 6: $V^{-1}M$ \rightarrow
- 4: M^{-1} \checkmark
- 3: M \checkmark
- 2: V^{-1} \checkmark
- 5: $M^{-1}V$ \rightarrow
- 1: V \checkmark

Aufgabe 15: Strahlerzeugung in der Kamera 5

Die Abbildung zeigt die Herleitung der Strahlerzeugung für eine perspektivische Kamera im Ursprung mit einem rechtshändigen Koordinatensystem, in dem die X-Achse nach *rechts*, die Y-Achse nach *oben* und die Z-Achse nach *hinten* zeigt.



$$y = \frac{h}{2} - y_p$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{h/2}{z}$$

$$z = -\frac{h/2}{\tan \frac{\alpha}{2}}$$

$$x = x_p - \frac{z}{z}$$

Wie lautet der noch nicht normalisierte Richtungsvektor \mathbf{d} eines Strahls durch das Pixel mit den Koordinaten (1, 5), der von der oben gezeigten Kamera mit einem Öffnungswinkel von $\frac{\pi}{3}$ (60°) für ein Bild der Größe 8×6 Pixel (Breite \times Höhe) erzeugt wird?

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -\frac{4\sqrt{2}}{\tan 30} \end{pmatrix}$$

← habe leider keinen Taschenrechner ✓

$$x=7 \quad y=5$$

$$y = \frac{6}{2} - 5 = -2$$

$$x = 7 - \frac{8}{2} = -3$$

$$z = \frac{4\sqrt{2}}{\tan 30}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \tan \frac{60}{2}$$

$$\tan 30$$

Erste Seite lesen!

$$\frac{4\sqrt{2}}{\tan 30}$$

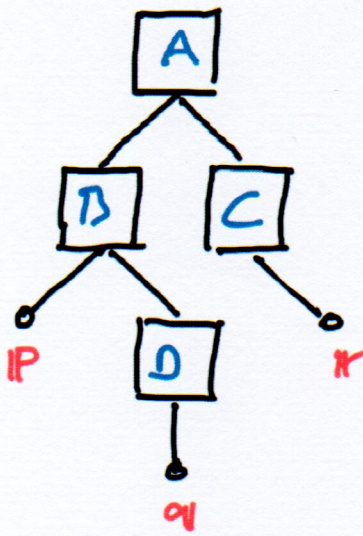


Abbildung 112:

Aufgabe 16: Transformationen im Szenengraphen



Die Abbildung zeigt einen Szenengraphen mit den vier Transformationen A , B , C und D , sowie den drei Punkten p , q und r .

Wie lauten die zusammengesetzten Transformationen, die, wie nachfolgend angegeben, den Punkt in das Zielkoordinatensystem transformieren?

\mathcal{W} ist dabei das globale Weltkoordinatensystem.

- $p \Rightarrow \mathcal{W}$: _____
- $q \Rightarrow \mathcal{B}$: _____
- $q \Rightarrow \mathcal{W}$: _____
- $p \Rightarrow \mathcal{D}$: _____
- $r \Rightarrow \mathcal{D}$: _____

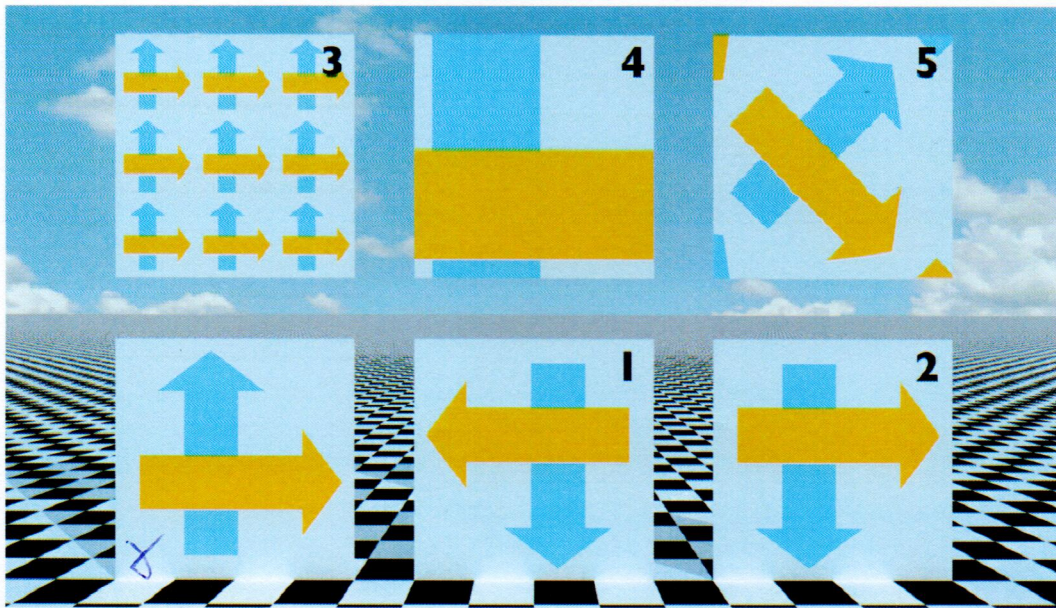


Abbildung 113: Anwendung einer transformierten Textur auf 6 Quadrate.

Aufgabe 17: Transformation von Texturkoordinaten



Das unmarkierte Quadrat unten links im Bild ist mit einer Textur (blauer Pfeil, oranger Pfeil) versehen. Die Texturkoordinaten wurden für dieses Quadrat *nicht* transformiert.

Die Quadrate 1 bis 5 zeigen dieselbe Textur, allerdings mit transformierten Texturkoordinaten. Geben Sie jeweils die verwendete, unter Umständen zusammengesetzte Transformation für diese Quadrate in folgender Notation an:

- $T(u, v)$ für eine Translation
- $S(u, v)$ für eine Skalierung
- $R(\alpha)$ für eine Rotation in der UV -Ebene

$$1 = R_2(180) \quad \checkmark$$

$$2 = S(x, y, 0.5) \quad \checkmark$$

$$3 = S(x, y, 2) \quad \checkmark$$

$$4 = S(x, y, 0.5) \quad \frac{1}{2}$$

$$5 = R_2 \cancel{S(x, y, 0.5)} R_2(-45) \quad \frac{1}{2}$$