Klausur

Computergrafik 1 WS 2014/2015

Stephan Rehfeld, Beuth Hochschule für Technik Berlin

27. Januar 2015, 14:15

Student	
Name:	
Mat Nr.:	

Bitte lesen Sie diese Hinweise vollständig und aufmerksam durch bevor Sie mit der Bearbeitung der Aufgaben beginnen.

- Prüfen Sie die Vollständigkeit der Unterlagen. Sie haben erhalten:
  - Ein Deckblatt mit diesen Hinweisen
  - Eine Formelsammlung
  - Aufgabenblätter mit 10 Aufgaben
- Füllen Sie das Deckblatt zu Beginn der Klausur aus.
- Tragen Sie auf jedem Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.
- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Auswahlaufgaben haben keine, eine oder mehrere korrekte Lösungen.
- Für falsch gelöste Aufgaben werden keine Punkte abgezogen.
- Die maximal mögliche Gesamtpunktzahl beträgt 26 Punkte.

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Punkte:											
Note:											

Formelsammlung

Parametrische Linie

$\vec{p} = \vec{o} + t\vec{d}$

Kameratransformation

$$\vec{u} = \frac{\vec{t} \times \vec{w}}{|\vec{t} \times \vec{w}|}$$

$$\vec{v} = \vec{w} \times \vec{u}$$

$$\vec{w} = -\frac{\vec{w}}{|w|}$$

Orthographische Kamera

$$\vec{o} = \vec{e} + a * s\frac{p_x - \frac{w-1}{2}}{w-1}\vec{u} + s\frac{p_y - \frac{h-1}{2}}{h-1}\vec{v}$$

$$\vec{d} = -\vec{w}$$

Perspektivische Kamera

$\vec{o} = \vec{e}$

$$\vec{r} = -\vec{w} * \frac{\frac{h}{2}}{tan\,\alpha} + \left(p_x - \frac{w-1}{2}\right)\vec{u} + \left(p_y - \frac{h-1}{2}\right)\vec{v}$$

$$\vec{d} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

Implizite Ebene

$(\vec{p} - \vec{a}) \cdot \vec{n} = 0$

Implizite Kugel

$(\vec{p} - \vec{c}) \cdot (\vec{p} - \vec{c}) - r^2 = 0$

$$t^2\left(\vec{d} \cdot \vec{d}\right) + t\left\{\vec{d} \cdot [2(\vec{o} - \vec{c})]\right\} + (\vec{o} - \vec{c}) \cdot (\vec{o} - \vec{c}) - r^2 = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt[2]{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Lambert-Beleuchtung

$$c = c_d c_a + \sum_{i=1}^{i_{max}} \left[c_d * c_l * \max\left(0, \vec{n} \cdot \vec{l}\right)\right]$$

Phong-Beleuchtung

$$c = c_d c_a + \sum_{i=1}^{i_{max}} \left[c_d * c_l * \max\left(0, \vec{n} \cdot \vec{l}\right) + c_s * c_l * \max(0, \vec{e} \cdot \vec{r_l})^P \right]$$

Transformationsmatrizen

$$T(x,y,z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}-$$

$$S(s_x, s_y, s_z) = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_x(\psi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ 0 & \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_z(\phi) = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_z(\phi)R_y(\theta)R_x(\psi)$$
$$= \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\phi & \sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi & \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi & 0 \\ \cos\theta\sin\phi & \sin\psi\sin\theta\sin\phi + \cos\psi\cos\phi & \cos\psi\sin\theta\sin\phi - \sin\psi\cos\phi & 0 \\ -\sin\theta & \sin\psi\cos\theta & \cos\psi\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Additionstheorem

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

1. Rotationen (1 Punkt)

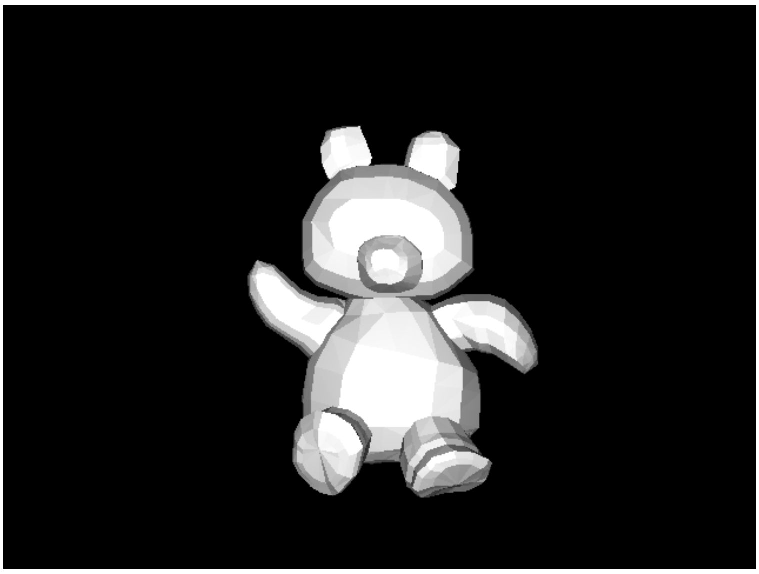

Abbildung 1: Modell in Ausgangslage.

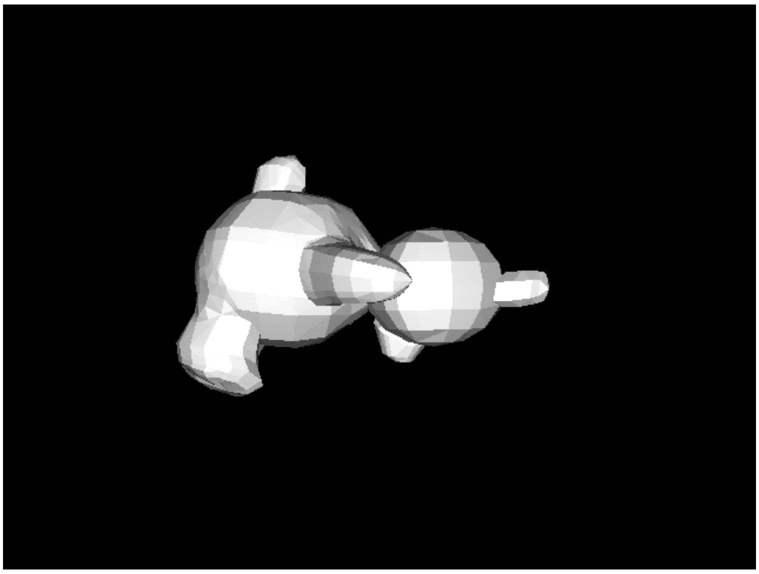

Abbildung 2: Modell nach der Transformation

Nehmen Sie an, dass in Abbildung 1 ein Objekt gezeigt wird, wobei ein rechtshändiges Koordinatensystem vorliegt, die Kamera gerade entlang der negativen Z-Achse und das Objekt sich im Koordinatenursprung befindet. Mit welcher angegebenen Transformation wird das Objekt aus Abbildung 1 so transformiert, dass das die Szene aus Abbildung 2 entsteht.

- ☐ $R_y(0)R_x(\pi/2)R_y(\pi/2)$
- ☐ $R_y(\pi/2)R_x(\pi/2)R_y(0)$
- ☐ $R_y(0)R_z(\pi/2)R_y(\pi/2)$
- ☐ $R_y(\pi/2)R_z(\pi/2)R_y(0)$

2. Kameravektoren bestimmen (1 Punkt)

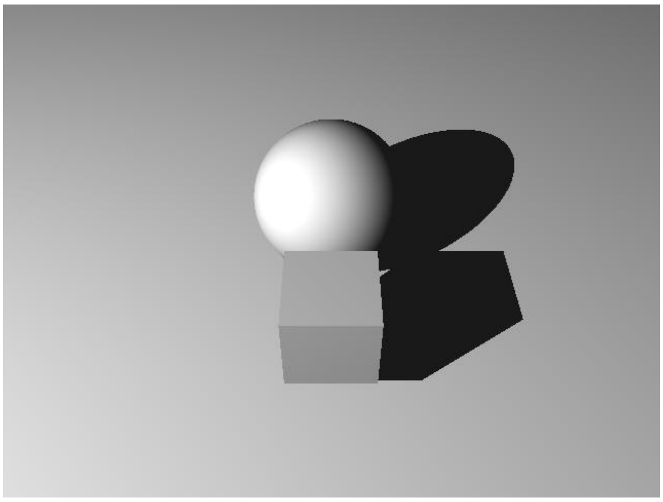

Abbildung 3: Gerendertes Bild.

Gegeben sei eine Ebene, die auf der XZ-Ebene liegt und durch den Koordinatenursprung verläuft, eine Kugel mit dem Radius 1, die in Y-Richtung um 1 nach oben und ich x Richtung um 2 verschoben ist und eine Box mit der Kantenlänge 1, die in Y-Richtung um 1 verschoben ist. Welche der nachfolgenden Kameravektoren erzeugt das Bild aus Abbildung 3.

- ☐ $\vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{t} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- ☐ $\vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix}, \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{t} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- ☐ $\vec{e} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{g} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{t} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- ☐ $\vec{e} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{t} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

3. Orthografisch oder Perspektivisch (1Punkt)

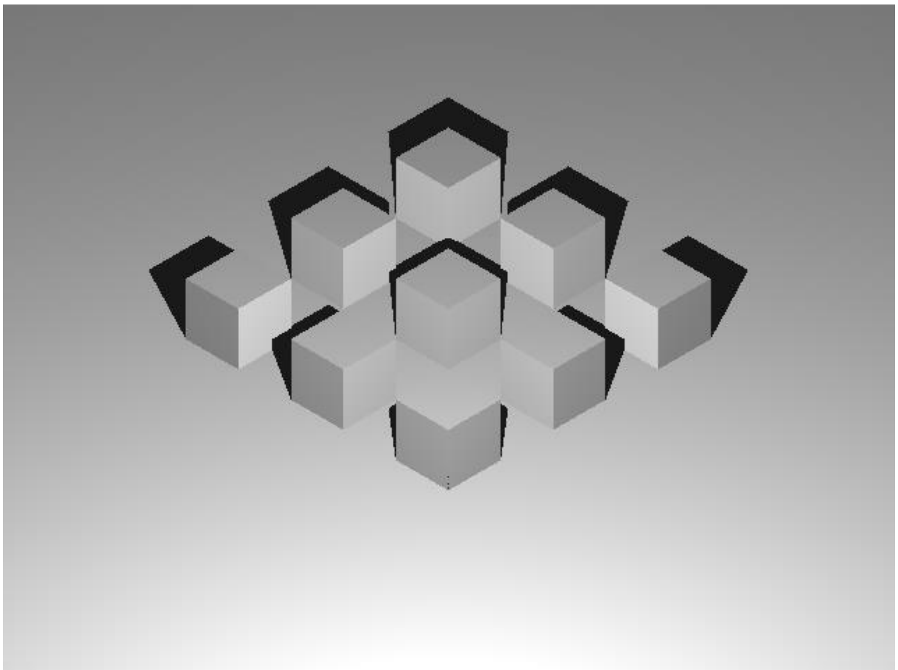

Abbildung 4: Eine Szene mit Würfeln.

Betrachten Sie die Abbildung 4. Wurde diese Szene mit einer orthografischen oder perspektiven Kamera aufgenommen?

- ☐ Mit einer orthografischen Kamera.
- ☐ Mit einer perspektivischen Kamera.
- ☐ Nicht bestimmbar.

4. Verkettete Transformationen (1 Punkt)

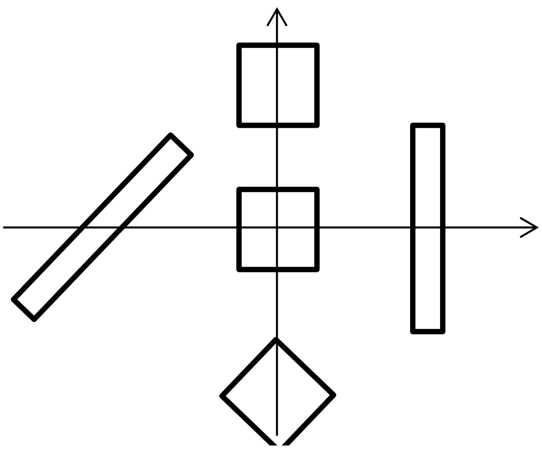

Abbildung 5: Transformationen

Gegeben sei das Quadrat im Koordinatenursprung in Abbildung 5. Gegeben sei darüber hinaus folgende Transformation:

$$T^{-1}(0{,}2)R^{-1}(45°)T^{-1}(-4{,}0)R^{-1}(-45°)T^{-1}(0{,}2)$$

Welches der abgebildeten Objekte entspricht dem Ergebnis der Transformation

- ☐ Das Ursprungsobjekt
- ☐ Das rechte Objekt
- ☐ Das untere Objekt
- ☐ Das linke Objekt
- ☐ Das obere Objekt

5. Unmögliche Transformationen (1 Punkt)

Welcher der folgenden Transformationen ist nicht möglich, da nicht invertierbar:

- ☐ $R(\sqrt{\pi})\mathrm{S}(-{}^{1}/_{10}, 20)\mathrm{T}(0, -0)$
- ☐ $R(\sqrt[3]{e})\mathrm{S}(-{}^{1}/_{10}, 0)\mathrm{T}(\pi, -0)$
- ☐ $\mathrm{S}(-{}^{1}/_{10}, 0)\mathrm{T}(\pi, -0)R(\sqrt[3]{e})$
- ☐ $\mathrm{S}(-{}^{1}/_{10}, 20)R(\sqrt{\pi})\mathrm{T}(0, -0)$

6. Licht als Welle und Teilchen (1 Punkt)

Licht kann sowohl als Welle als auch als Teilchen ausgefasst werden. Im Alltag nehmen wir zwei Parameter des Lichts wahr. Ergänzen Sie die folgende Tabelle durch diese Parameter und geben Sie an welche Eigenschaften einer Welle, bzw. von Teilchen, diese beiden Parameter beeinflussen.

	Welle	Teilchen

7. Empfindlichkeit (3 Punkte)

Skizzieren Sie die Empfindlichkeitskurven der Stäbchen. Zeichnen Sie hierfür ein kartesisches Koordinatensystem mit den richtigen Bezeichnungen für die Achsen. Beschriften Sie darüber die Kurven mit den Bezeichnungen der jeweiligen Stäbchen.

8. Bild-Array (3 Punkte)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	255	255	255	255	0	0	255	190	0
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
133	255	190	247	133	255	128	128	128	128	8	8
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
255	255	255	128	8	207	255	0	0	255	190	0
36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	45	47
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Abbildung 6: Bilddaten

Nehmen Sie an ein 4x4 großes Farbbild ist wie in Abbildung 6 gezeigt pixelweise in einem Array gespeichert. Ergänzen Sie das folgende Listing um die korrekte Berechnung der Indizes.

```
final int width = ...
final int height = ...
final byte[] pic =
   new byte[height * width * 3];
SomeImageLoader.loadInto( pic );
for( int y = 0; y < height; ++y ) {
  for( int x = 0; x < width; ++x ) {
    final byte red = pic[__________];
    final byte green = pic[__________];
    final byte blue = pic[__________];
  }
}
```

9. Zurückrechnen von Transformationen (9 Punkte)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 9 \\ -3{,}7 & 1{,}53 & 0 & 8 \\ -1{,}53 & -3{,}7 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow T(x,y,z)R_z(\phi)R_y(\theta)R_x(\psi)S(s_x,s_y,s_z)$$

Rechnen Sie aus der angegebenen Matrix die Parameter für die Transformationen zurück.

x	
y	
z	
ϕ	

θ	
ψ	
s_x	
s_y	
s_z	

10. Papier-Ray-Tracer (5 Punkte)

Nehmen Sie an, Sie wollen folgende Szene in ein 800x600 großes Bild rendern: Sie haben eine Ebene, welche auf der XZ-Ebene liegt und wo die Normale der y-Achse des Weltkoordinatensystems entspricht. Darüber hinaus haben Sie in der Szene eine Kugel, die einen Radius von 2 hat und sich um 2 oberhalb des Ursprungs des Weltkoordinatensystems befindet. Beide haben ein Lambert-Material. Während die Kugel cyan ist, ist die Ebene magenta. Eine perspektivische Kamera mit dem Öffnungswinkel von 55° ist an der Position $(8 \quad 8 \quad 8)^T$ und schaut auf den Mittelpunkt der Kugel. Der Up-Vektor entspricht der Normalen der Ebene. An der Position $(-8 \quad 8 \quad -8)^T$ ist eine Punktlichtquelle die weiß strahlt. Die Szene hat keine ambiente Beleuchtung, jedoch werden Schatten geworfen. Welche Farbe wird der Pixel (100,100) haben? Schreiben Sie den vollständigen Rechenweg auf.