Klausur Mathematik 2 WS 2021 28.01.2022

$\boldsymbol{Aufgabe\ 1}$ $[\ \mathbf{3+2+2+1+3 =\ 11}\ \boldsymbol{Punkte}]$

$$Gegeben\ sei\ \ f(x) = \frac{x^2-3}{x^3+x}$$

$a)$ $Bestimmen\ Sie\ den\ Definitionsbereich, die\ Nullstellen\ umd\ Polstellen.$

$b)$ $Bestimmen\ Sie\ das\ Verhalten\ der\ Funktion\ f$ür $x \to \pm\infty$

$c)$ $Ist\ f(x) gerade, ungerade\ oder\ weder\ noch?\ \ (mit\ Begr$ü$ndung)$

$d)$ $Gibt\ es\ f$ür $f(x)$ $eine\ behebbare\ Definitionsl$ü$cke?\ (mit\ Begr$ü$ndung)$

$e)$ $Erkl$ä$rem\ Sie\ anhand\ der\ Ergebnisse\ aus\ a\ bis\ c, in\ welchem\ Quadrant$

$lokales\ \ und\ \ globales\ Maximum\ und\ Minimum\ \ liegen.\ (diese\ m$ü$ssen\ nicht\ berechnet\ werden)$

$\boldsymbol{Aufgabe\ 2}$ $[\mathbf{3+4+1 = 8}\ \boldsymbol{Punkte}]$

$a)$ $Bestimmen\ Sie\ den\ kleinsten\ und\ gr$ö$ßten\ Wert\ von\ \ f(x) = e^{\sin(x)}$

$b)$ $Bestimmen\ Sie\ den\ Definitionsbereich\ und\ die\ Nullstellen\ von$

$g(x) = \ln(\ x^2 + 2x - 3)$

$c)$ $Schneidet\ g(x)\ die\ y - Achse?$

$\boldsymbol{Aufgabe\ 3}$ $[\mathbf{5+3+3 =\ 11}\ \ \boldsymbol{Punkte}]$

$$Gegeben\ ist\ die\ Matrix\ A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\ sowie\ der\ Vektor\ \vec{\mathrm{b}} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$a)$ $Bestimmen\ Sie\ die\ L$ö$sungsmenge\ \ des\ LGS\ A\vec{x} =\ \vec{\mathrm{b}}\ mithilfe\ des\ Gau$ß $-$
$Algorithmus,$

$b)$ *Bestimmen Sie die Lösung des LGS* $A^{-1}\,\vec{y} = \vec{\mathrm{b}}$ *ohne* A^{-1} *zu bestimmen.*

Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (kurze Begründung)

1) *Die Mateix* A^{-1} *ist invertierbat*
2) *Rang von* $A\ \leq 3$
3) *Das LGS* $A\vec{x} = \vec{c}$ *für beliebige* $\vec{c} = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$ $d, e, f\ \in R$

   ist immer eindeutig lösbar.

<u>Aufgabe 5</u> $[\mathbf{5 + 5\ =\ 10}\ \boldsymbol{Punkte}]$

Sei E1 die Ebene, die durch Punkte A(2/1/2), B(3/1/1), C(3/1/−2) geht.

a) Bestimmen Sie E1 in Parameterform .

$b)$ *Geben Sie die Ebene* $E2$ *in Summendarstellung an, die senkrecht auf* $E1$ *steht und den Punkt* $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ *enthält .*