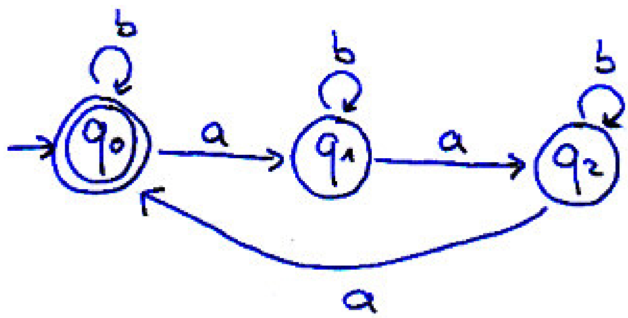
KLAUSUR Teil 1 WS 07/08

Formale Grundlage der Informatik - 45 mn

Name:.. .... Vorname:.. ....

Nr:..... .... Punkte:..50 50........../50

Aufgabe 1 (20 Punkte) Das Alphabet ist {a, b}.
Entwickeln Sie einen DFA (deterministischen endlichen Automaten) A1, der alle Wörter akzeptiert, die eine durch 3 teilbare Anzahl von a haben. Hier wird 0 durch 3 teilbar. Zum Beispiel werden ε, b, bb, bbb, aaa, baaa, abaa, aaaaaa akzeptiert. a,ab, aa, aab, aba, aaaa werden nicht akzeptiert.
Geben Sie die graphische Darstellung von A1 und die Bedeutung von jedem Zustand an.

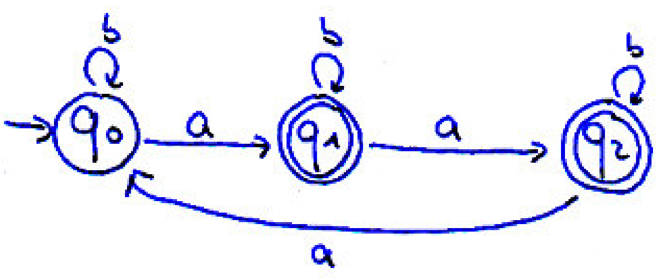


q_0: Anfangszustand. Keine 'a' oder durch 3 teilbare Anzahl von 'a'.

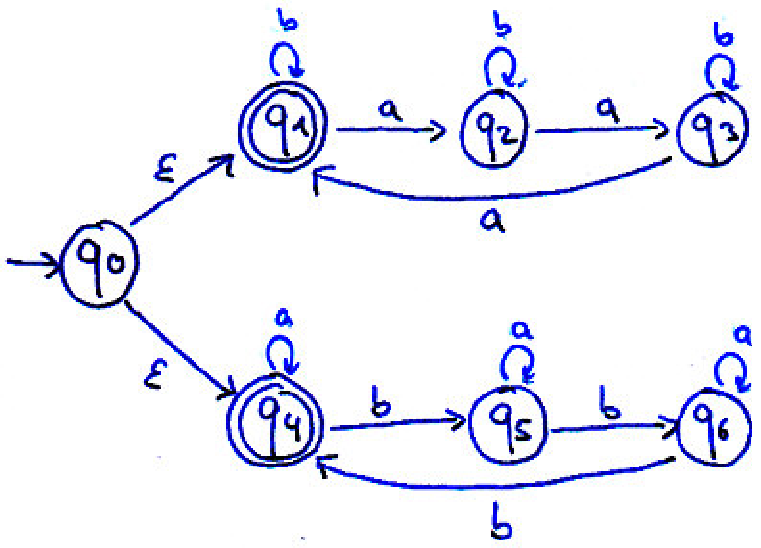
q_1: Anzahl von 'a' dividiert durch 3 hat Rest 1.

q_2: Anzahl von 'a' dividiert durch 3 hat Rest 2.

Benutzen Sie A1, um einen DFA A2 zu entwickeln, der alle Wörter akzeptiert außer diese, die eine durch 3 teilbare Anzahl von a haben. Geben Sie die graphische Darstellung von A2 an.



Benutzen Sie A1, um einen **NFA** (nicht deterministischen endlichen Automaten) **mit ε-Übergängen** NA3 zu entwickeln, der alle Wörter akzeptiert, die die eine durch 3 teilbare Anzahl von a oder die eine durch 3 teilbare Anzahl von b haben. Geben Sie die graphische Darstellung von NA3 an.



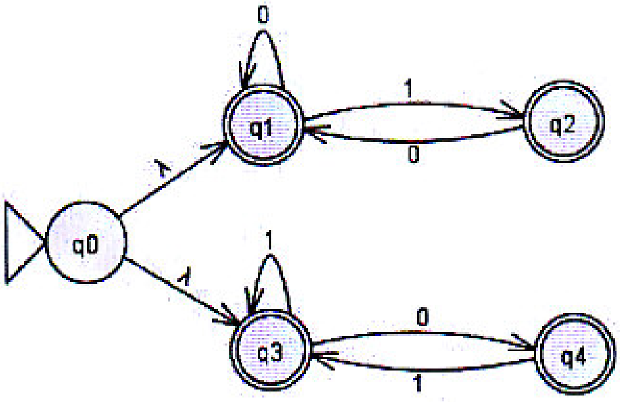
✓

Entwerfen Sie einen regulären Ausdruck R1, der alle Wörter akzeptiert, die eine durch 3 teilbare Anzahl von a oder eine durch 3 teilbare Anzahl von b haben.

$$R_1 = \varepsilon + (b^* a\, b^* a\, b^* a\, b^*)^* + (a^* b\, a^* b\, a^* b\, a^*)^*$$

✓

Aufgabe 2 (30 Punkte). Das Alphabet ist {0, 1}.
Betrachten Sie den folgenden nicht-deterministischen endlichen Automaten NA1 mit ε-Übergängen (hier mit λ dargestellt) mit Startzustand q0 und Endzustände q1, q2, q3 und q4:



- Geben Sie die Menge ECLOSE für q0, q1 an.

$ECLOSE(q_0) + ECLOSE(q_1) = \{q_0, q_1, q_3\} + \{q_1\} = \{q_0, q_1, q_3\}$ ✓

- Mit Hilfe der erweiterten Übergangsfunktion geben Sie alle Zustände an, die NA1 nach dem Lesen vom 0011 erreicht. Zeigen Sie vollständig Ihre Berechnung mit der erweiterten Übergangsfunktion.

$\delta^*(q_0, 0011) = \delta^*(q_0, \varepsilon) = ECLOSE(q_0) = \{q_0, q_1, q_3\}$ ✓

$\delta^*(q_0, 0) = 1.\ \delta(q_0, 0) + \delta(q_1, 0) + \delta(q_3, 0) = \{q_1, q_4\}$
$2.\ ECLOSE(q_1) + ECLOSE(q_4) = \{q_1, q_4\}$ ✓

$\delta^*(q_0, 00) = 1.\ \delta(q_1, 0) + \delta(q_4, 0) = \{q_1\}$ ✓
$2.\ ECLOSE(q_1) = \{q_1\}$

$\delta^*(q_0, 001) = 1.\ \delta(q_1, 1) = \{q_2\}$
$2.\ ECLOSE(q_2) = \{q_2\}$ ✓

$\delta^*(q_0, 0011) = 1.\ \delta(q_2, 1) = \emptyset$
$2.\ ECLOSE(\emptyset) = \emptyset$ ✓

0011 wird nicht akzeptiert, es führt in den Fehlerzustand.

- Geben Sie Wörter an, die von NA1 akzeptiert (6 Wörter) und nicht akzeptiert (3 Wörter) werden.

akzeptiert: ε, 0, 1, 101, 110, 00100 ✓

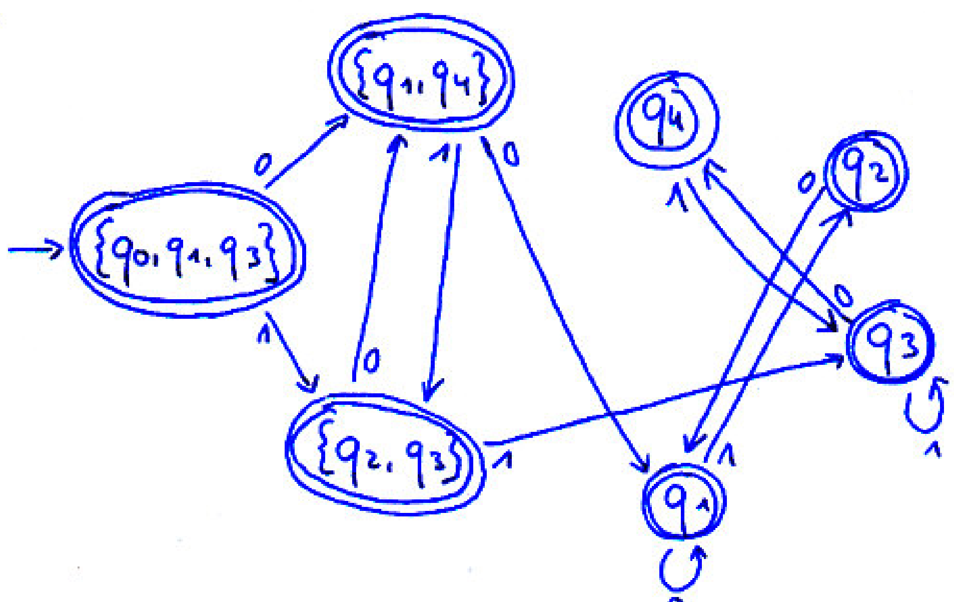
nicht akzeptiert: 0011, 1100, 11000 ✓

- Beschreiben Sie mit einem kurzem Satz die Wörter, die NA1 akzeptiert.

NA1 akzeptiert Wörter, bei denen '0' und '1' nicht paarweise aufeinander folgen und umgekehrt. ✓

- Von NA1 erzeugen Sie einen DFA A4, der die gleiche Sprache akzeptiert. Konstruieren Sie die Tabelle mit '*lazy evaluation.*'. Geben Sie die graphische Darstellung von A4 an.

	0	1
$\rightarrow ECLOSE(q_0)=\{q_0,q_1,q_3\}^*$	$\{q_1,q_4\}$	$\{q_2,q_3\}$
$\{q_1,q_4\}^*$	$\{q_1\}$	$\{q_2,q_3\}$
$\{q_2,q_3\}^*$	$\{q_1,q_4\}$	$\{q_3\}$
$\{q_1\}^*$	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$
$\{q_3\}^*$	$\{q_4\}$	$\{q_3\}$
$\{q_2\}^*$	$\{q_1\}$	$\emptyset$
$\{q_4\}^*$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$



ohne ϕ.

KLAUSUR WS07/08- TEIL 2
Formale Grundlagen der Informatik - 45 mn

Name:. .... Vorname:.. ....

Nr:. .... Punkte:.........42 ~~4~~2........../50 Note:..............1,3..............
GLÜCKWUNSCH!

Aufgabe 1 (30 Punkte). Sei G1 die Grammatik:

$S \rightarrow T \mid S \parallel T$
$T \rightarrow F \mid T \&\& F$
$F \rightarrow I$
$I \rightarrow$ true | false

- Geben Sie V, die Menge der Variablen von G an.

  V = {S, T, F, I} ✓

- Geben Sie T, die Menge der Terminal-Symbolen von G an.

  T = {||, &&, true, false} ✓

- Geben Sie 5 Wörter an, die von G1 akzeptiert werden. Dabei geben Sie eine linke Ableitung für 1 Wort ihrer Wahl an.

  true, false, true || false, false && false, true || false && true ✓

  Ableitung für true && false:

  $S \Rightarrow T \Rightarrow T \&\& F \Rightarrow \underbrace{I \&\& F}_{\Rightarrow F \&\& F} \Rightarrow true \&\& F \Rightarrow true \&\& I \Rightarrow true \&\& false$ ✓

- Geben Sie 4 Wörter an, die von G1 nicht akzeptiert werden.

  ε, truetrue, false||, && true ✓

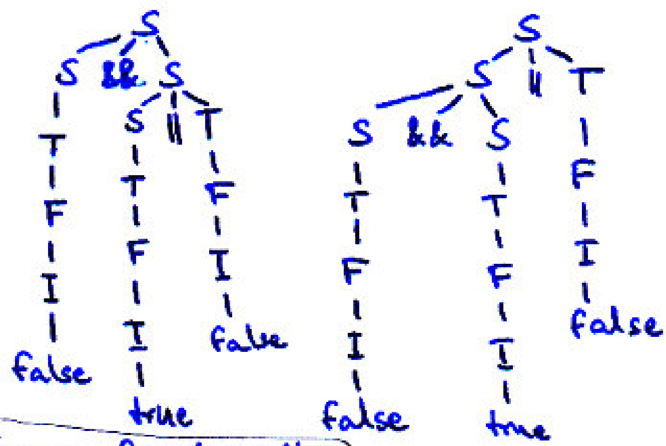
- Beschreiben Sie mit einem kurzen Satz in natürlicher Sprache die Wörter, die G1 akzeptiert.

  Verknüpfungen von boolean-Variablen mit logischem Und und logischem Oder, sowie diese einzeln. ✓

- Geben Sie eine Grammatik G2, die die gleiche Sprache wie G1 erzeugt und die mehrdeutig ist. Zeigen Sie außer, dass G2 mehrdeutig ist.

Ableitungsbäume für selbes Wort false && true || false

S → S && S | S||T | T
T → T && F | F
F → I
I → true | false



=> mehrere Ableitungsbäume für dasselbe Wort => Grammatik mehrdeutig.

- Geben Sie die Chomsky-Normalform für diese Grammatik an. Zeigen Sie dabei alle Etappen, die für eine solche Umformung im Allgemeinen benötigt werden.

- ε-Ableitungen ersetzen: keine Vorhanden.

S → T | S||T
T → F | T&&F
F → I
I → true | false

- Einheitsregeln entfernen:
Einheitspaare: (S,S), (S,T), (T,T), (T,F), (F,F), (F,I), (I,I)

S → S||T | T&&F | true | false
T → T&&F | true | false
F → true | false
I → true | false

- Unnütze Regeln entfernen:
- unproduktive Regeln: keine
- unerreichbare Regeln: I → true | false

- Umbau:
S → SU | TV | true | false
T → TV | true | false
F → true | false
U → WT
V → XF
W → ||
X → &&

Aufgabe 2 (14 Punkte). Betrachten Sie die Sprache L={ $a^{n+m} b^m c^n \mid 0 \leq n, 0 \leq m$}. ε, ab, ac, aabc, aabb, aacc, aaabcc und aaaaabbbbc sind Beispiele von Wörtern, die L gehören. a, b, c, abc (nicht die richtige Anzahl von 'a') und baac (nicht dir richtige Reihenfolge) sind Beispiele von Wörtern, die L nicht gehören.
Geben Sie eine Grammatik G2 an, die L akzeptiert.

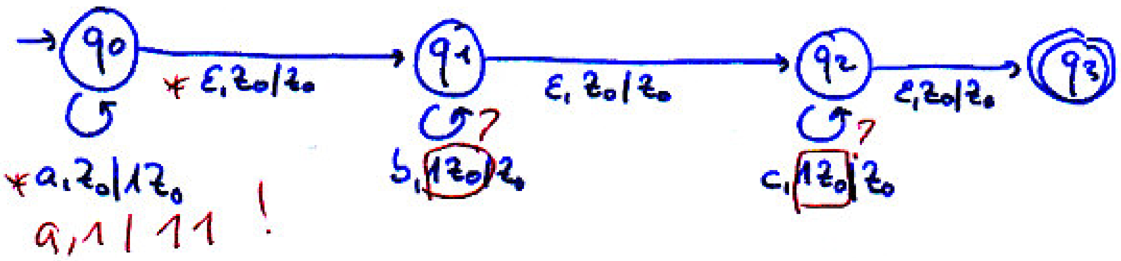
$S \rightarrow ASC \mid ATB \mid AC \mid \varepsilon$
$T \rightarrow ATB \mid AB \mid \varepsilon$
$C \rightarrow c$
$B \rightarrow b$
$A \rightarrow a$

✓

- Geben Sie einen Kellerautomaten K an, der L akzeptiert. Ist K deterministisch? Begründen Sie Ihre Antwort.

aaabcc ?

-2



K ist deterministisch, da es für jeden Übergang für q, a, x nur eine Möglichkeit gibt. Nein hier nicht deterministisch! Siehe * -5

Aufgabe 3 (6 Punkte). Die drei Sätze unten sind nicht korrekt. Ergänzen Sie sie, damit sie richtig werden.

- Jede reguläre Sprache wird von einer mehrdeutigen Grammatik akzeptiert.

Regulare Sprachen können auch von eindeutigen Grammatiken akzeptiert werden.

V

- Eine Sprache L heiß entscheidbar, falls es eine Turingmaschine M mit folgender Eigenschaft gibt:

– Falls das Wort w in L ist, akzeptiert M das Wort w und rechnet ~~für immer~~ weiter,
– Falls das Wort w nicht in L ist, rechnet M für immer weiter, ohne w zu akzeptieren.

Falls w nicht in L ist, rechnet M nicht für immer weiter. V —1

- Die Klasse NP beinhaltet alle Sprachen, die von einer deterministischen Turingmaschine mit polynomischer Zeitkompexität akzeptiert werden.

Die Klasse NP beinhaltet Sprachen von nicht deterministischen Turingmaschinen.

V