

1.

(10 Punkte)

Geben Sie mindestens 5 Elemente der folgenden Menge an:

$$\{w : w \in \{a, b\}^* \text{ und es gibt } x, y \in \{a, b\}^*, \text{ so dass } w = xbaby\}$$

2.

Sei w ein Wort über $\{0, \dots, 9\}^*$ mit $w = 762210$. Was ist dann $|w|$?

(2 Punkte)

3.

(16 Punkte)

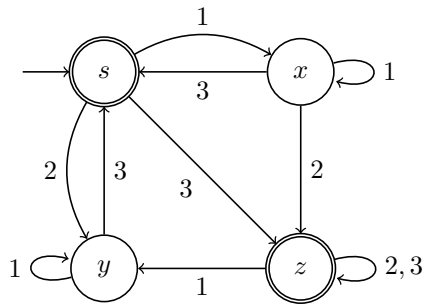
Im Folgenden sehen Sie einige Aussagen, die entweder wahr oder falsch sind. Bitte kreuzen Sie jeweils an, was zutrifft. Beachten Sie, dass es für richtige Kreuze Punkte gibt und für falsche Kreuze genau so viel Punktabzug. Wenn Sie eine Antwort also nicht wissen, kreuzen Sie am besten gar nichts an. Insgesamt können Sie auf diese Aufgabe nicht weniger als 0 Punkte erhalten.

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	<input type="checkbox"/> wahr <input type="checkbox"/> falsch
Wenn $A \subseteq B$ gilt, so sind alle Elemente aus B auch in A enthalten.	<input type="checkbox"/> wahr <input type="checkbox"/> falsch
$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$	<input type="checkbox"/> wahr <input type="checkbox"/> falsch
Wenn $A \subsetneq B$ gilt, so gibt es ein Element in B , das nicht in A ist.	<input type="checkbox"/> wahr <input type="checkbox"/> falsch
$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$	<input type="checkbox"/> wahr <input type="checkbox"/> falsch
Wenn $A \not\subseteq B$ gilt, so gibt es ein Element in B , das nicht in A ist.	<input type="checkbox"/> wahr <input type="checkbox"/> falsch
Wenn $A \subseteq B$ gilt, so sind alle Elemente aus A auch in B enthalten.	<input type="checkbox"/> wahr <input type="checkbox"/> falsch
$A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	<input type="checkbox"/> wahr <input type="checkbox"/> falsch

4.

(42 Punkte)

Es sei das folgende Zustandsdiagramm eines endlichen Automaten A gegeben:

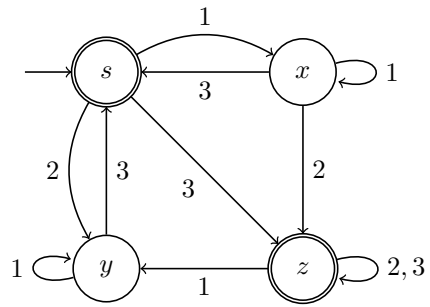


(a)

(6 Punkte)

Handelt es sich bei dem Automaten um einen deterministischen? Begründen Sie Ihre Antwort!

Es sei das folgende Zustandsdiagramm eines endlichen Automaten A gegeben:

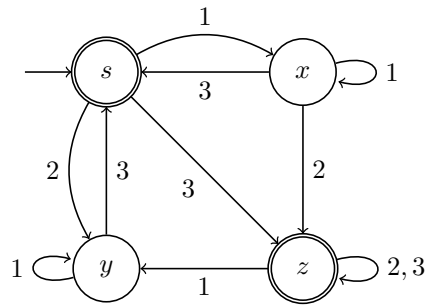


(b)

Geben Sie alle $w \in L(A)$ an, für die gilt: $|w| \leq 2$.

(16 Punkte)

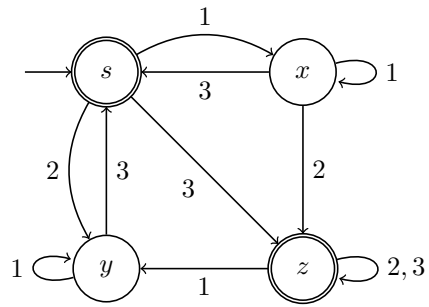
Es sei das folgende Zustandsdiagramm eines endlichen Automaten A gegeben:



- (c) Geben Sie einen A in Tupelschreibweise an, zu dem das Zustandsdiagramm passt.

(12 Punkte)

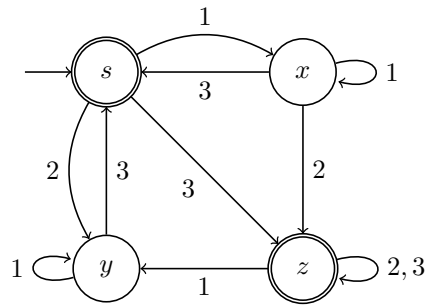
Es sei das folgende Zustandsdiagramm eines endlichen Automaten A gegeben:



- (d) In welcher Beziehung steht $\#L(A)$ und $\#\mathbb{N}$?

(2 Punkte)

Es sei das folgende Zustandsdiagramm eines endlichen Automaten A gegeben:



- (e) (6 Punkte)
 Geben Sie einen Automaten B an, für den gilt: $L(B) = L(A)^*$. Benutzen Sie dabei die in der Vorlesung vorgestellte allgemeine Konstruktion. Sie können auch das oben angegebene Diagramm durch Hinzunahme/Entfernen von Komponenten modifizieren, falls das Ergebnis dadurch nicht zu unübersichtlich wird.

5.

(24 Punkte)

Es sei der reguläre Ausdruck $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} (a(a|b)^*|ba^*)b$ gegeben.

(a)

(10 Punkte)

Geben Sie alle $w \in L(\alpha)$ mit $|w| \leq 3$ an!

Es sei der reguläre Ausdruck $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} (a(ab)^*|ba^*)b$ gegeben.

(b)

Geben Sie zwei $w \in L(\alpha)$ mit $|w| = 7$ an!

(4 Punkte)

Es sei der reguläre Ausdruck $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} (a(ab)^*|ba^*)b$ gegeben.

(c)

(10 Punkte)

Gibt es einen endlichen Automaten A , so dass $L(A) = L(\alpha)$? Falls ja, geben Sie einen solchen an, der möglichst klein ist! Sie müssen hier nicht die notwendigerweise die Konstruktionen aus der Vorlesung benutzen.

6.

(10)

Ist die Menge

$$T \stackrel{\text{def}}{=} \{w : w \in \{a, b\}^* \text{ und es gibt ein } k \in \mathbb{N}, \text{ so dass } |w| = 2 \cdot k\}$$

regulär? Begründen Sie Ihre Antwort möglichst genau, beweisen Sie sie, falls möglich.

7.

(10)

Ist die Menge

$$S \stackrel{\text{def}}{=} \{w : w \in \{a, b\}^* \text{ und es gibt ein } k \in \mathbb{N}, \text{ so dass } |w| = 2^k\}$$

regulär? Begründen Sie Ihre Antwort möglichst genau, beweisen Sie sie, falls möglich.

8.

(12 Punkte)

Es sei die Grammatik $G \stackrel{\text{def}}{=} (\{a, b, c\}, \{X, Y, Z\}, X, R)$ mit $R \stackrel{\text{def}}{=} \{X \rightarrow aY, X \rightarrow bZY, Y \rightarrow \varepsilon, Y \rightarrow Zab, Y \rightarrow X, Z \rightarrow abc, Z \rightarrow c, Z \rightarrow Y\}$ gegeben.

(a)

(2 Punkte)

Warum ist G nicht kontextfrei?

Es sei die Grammatik $G \stackrel{\text{def}}{=} (\{a, b, c\}, \{X, Y, Z\}, X, R)$ mit $R \stackrel{\text{def}}{=} \{X \rightarrow aY, X \rightarrow bZY, Y \rightarrow \varepsilon, Y \rightarrow Zab, Y \rightarrow X, Z \rightarrow abc, Z \rightarrow c, Z \rightarrow Y\}$ gegeben.

- (b) (10 Punkte)
Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G' an, so dass $L(G') = L(G)$. Benutzen Sie dafür die Konstruktion aus der Vorlesung!