

## Klausur SS 2021

### Aufgabe 1 [10 Punkte]

Wie bei jeder Feier spricht Herr Fröhlich kräftig dem Alkohol zu.

Seine Frau sagt nach der Rückkehr nach Hause vorwurfsvoll: "Immer trinkst du so viel durcheinander: Bier, Rotwein und Apfelkorn – und am nächsten Morgen ist dir elend!"

Darauf antwortet ihr Mann: "Ich verspreche dir für die nächste Feier Folgendes:

- Ich werde auf wenigstens eines dieser drei Getränke verzichten.
  - Aber mindestens eines dieser drei werde ich dann doch zu mir nehmen.
  - Auf Bier verzichte ich jedenfalls nur, wenn ich stattdessen Rotwein trinke
  - Und wenn ich auf Bier oder auf Rotwein verzichte, dann meide ich auch den Apfelkorn!"
- Falls Herr Fröhlich sich an seine Aussagen hält, wie könnte sein Alkoholkonsum bei der nächsten Feier aussehen?

### Aufgabe 2 [4 + 2 = 6 Punkte]

a) Zeigen Sie, dass die folgende Formel erfüllbar aber keine Tautologie ist.

$$F = (A \rightarrow (B \wedge C)) \rightarrow (C \rightarrow (A \wedge B))$$

b) Berechnen Sie die Potenzmenge folgender Menge.

$$M = \{\emptyset\}$$

### Aufgabe 3 [7 Punkte]

Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion für  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$$\sum_{k=0}^n \frac{4k}{3^{k+1}} = 1 - \frac{2n+3}{3^{n+1}}$$

### Aufgabe 4 [10 Punkte]

Welche der Eigenschaften linkseindeutig, rechtseindeutig, linkstotal, rechtstotal, reflexiv, irreflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch und transitiv hat die folgende Relation  $R$  auf der Menge der ganzen Zahlen  $\mathbb{Z}$ .

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid xy < 1\}$$

Beweisen Sie Ihre Behauptung.

### Aufgabe 5 [7 Punkte]

Stellen Sie die folgende Relation  $R$  in der Menge  $M := \{1, 2, 3, 4\}$  als Matrix dar:

$$R = \{(x, y) \in M \times M \mid x - y \geq 0\}$$

Ist  $R$  eine Äquivalenzrelation? Ist  $R$  eine Ordnungsrelation?

Begründen Sie Ihre Antwort.