Beuth Hochschule für Technik Berlin
Fachbereich II Mathematik – Physik – Chemie
Prof. Dr. Martin Oellrich

Klausur Mathematik I für Medieninformatiker

05.02.2010

Name	
Vorname	
Matrikelnummer	
Codewort	
Letzte Wiederholung dieser Prüfung gemäß RPO: Ja ☐ Nein ☐	

Bitte lesen Sie die wichtigen Hinweise auf der Rückseite dieses Heftes!

Ich bestätige mit meiner Unterschrift, dass ich diese Klausur allein und nur mit den zugelassenen Hilfsmitteln bearbeitet habe.

Unterschrift: ______________________

Füllen Sie das Deckblatt bis hierher aus und warten Sie auf das Zeichen zum Umblättern!

Ich wünsche Ihnen **viel Erfolg!**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
maximal	8	8	10	10	6	9	11	62
erreicht	2	4	10	5	6	9	11	47

Prozent:

Klausur + Anrechnung = $\sum$
75,81% + 11,27% = 87,08%

Note: 1.7 MOe

→ siehe S. 15

1. Aufgabe

(4 · 2 Punkte)

Geben Sie zu jeder der folgenden Aussagen an, ob sie wahr ist oder nicht.
Kreisen Sie die richtige Antwort ein, z.B. so:

ja nein

Sollten Sie Ihre Entscheidung zurücknehmen wollen, so streichen Sie den Kreis *unmissverständlich* durch und umkreisen die andere Alternative .
Geben Sie jeweils knappe Begründungen dazu.

Für jede DNF gibt es eine äquivalente KNF. DNF drückt Aussage mittels 0'en und KNF mittels 1'en aus; KNF verknüpft mittels $\wedge$ DNF " mittels $\vee$ beide kann man umformen ineinander. das sagt die Aussage genau. warum ist das so? -1	ja nein ✓	1
Wenn die aufzuzählende Menge G leer ist, haben die quantifizierten Ausdrücke $\forall x \in G: p(x)$ bzw. $\exists x \in G: p(x)$ keinen definierten Wert. Quantifizierer verknüpfen nur alle Prädikate, wenn Prädikate nicht quantifiziert werden, So sind auch ihre Quantifizierer nicht definiert f -1	ja nein f -1	0
Drei Vektoren im $\mathbb{R}^n$ $(n \geq 2)$ sind genau dann linear abhängig, wenn sie in einer gemeinsamen Ebene liegen. Da sie dann durch ~~ti~~ einander ausdrückbar sind. Sie gehen auf die Ebene nicht ein -1	ja nein ✓	1
Die Invertierbarkeit einer Matrix hängt nur von den Werten ihrer Einträge ab, nicht von der Anzahl ihrer Zeilen oder Spalten. Hauptsache die Determinante ist nicht ~~un~~ Null. Sie gehen auf die Anzahl Zeilen und Spalten nicht ein -1	ja ~~nein~~ f -1	0

2

2. Aufgabe (4 · 2 Punkte)

Angenommen, Sie haben auf Ihrem Computer je eine Routine für die Prädikate

$$pos(x) := (x > 0) \quad \text{und} \quad null(x) := (x = 0)$$

und keine anderen. Setzen sie aus diesen beiden durch logische Verknüpfung die folgenden weiteren Prädikate zusammen:

a) $neg(x) := (x < 0)$
b) $nonneg(x) := (x \geq 0)$
c) $neq(x, y) := (x \neq y)$
d) $leq(x, y) := (x \leq y)$

x ist Input, also frei

2 a) $neg(x) \Leftrightarrow \cancel{\forall x}: \{\neg pos(x) \wedge \neg null(x)\}$

2 b) $nonneg(x) \Leftrightarrow \cancel{\forall x}: \{pos(x) \vee null(x)\}$

d) leq
0
d) $leq(x,y) \Leftrightarrow \cancel{\forall x}: \{[null(x) \wedge null(y)] \vee$
$[null(x) \wedge \neg null(y)] \vee$
$[\neg pos(x) \wedge (pos(y) \vee null(y))] \vee$
$[null(x) \wedge pos(y)]\}$

f Gegenbeisp: $x=1, y=-1$

c) $neq(x,y) \Leftrightarrow \cancel{\forall x,y}: \{[pos(x) \wedge \neg pos(y)] \vee$
0
$[null(x) \wedge \neg null(y)]\}$

f Gegenbeisp: $x=-1, y=1$

4

3. Aufgabe

(4 + 6 Punkte)

Zeigen Sie dass die folgende Aussageformel die Tautologie ist:

$$\neg(a \to b) \;\Rightarrow\; b \to a\,.$$

a) Beweisen Sie das durch Aufstellen einer Wertetabelle.

b) Beweisen Sie das durch formale Anwendung der logischen Gesetze (und keiner anderen Regeln). Verwenden Sie pro Schritt nur ein Gesetz und benennen Sie es.

b) $\neg(a \to b) \Rightarrow b \to a$ | $\to$ ersetzen

$\neg(\neg a \vee b) \Rightarrow \neg b \vee a$ | ~~Involution~~ De Morgan

$(\neg\neg a \wedge \neg b) \Rightarrow \neg b \vee a$ | Involution

$(a \wedge \neg b) \Rightarrow \neg b \vee a$ | Assoziativ + Kommutativ

1 Schritt

$\neg b \wedge a \Rightarrow \neg b \vee a$ | auflösen der semantischen Implikation "$\Rightarrow$"

$\Leftrightarrow \neg b \wedge a \to \neg b \vee a$ | auflösen "$\to$"

$\Leftrightarrow \neg(\neg b \wedge a) \vee (\neg b \vee a)$ | De Morgan

$\Leftrightarrow (\neg\neg b \vee \neg a) \vee (\neg b \vee a)$ | Involution

$\Leftrightarrow (b \vee \neg a) \vee (\neg b \vee a)$ | Assoziativ

$\Leftrightarrow b \vee \neg a \vee \neg b \vee a$ | Kommutativ

$\Leftrightarrow a \vee \neg a \vee b \vee \neg b$ | Komplementarität

$\Leftrightarrow 1 \vee 1$ | Permanenz

$\Leftrightarrow 1$

✓ 6

$\Rightarrow$ Somit sei die Tautologie gezeigt.

3. Aufgabe

a)

a	b	$a \to b$	$b \to a$	$\neg(a \to b)$	$\neg(a \to b) \to b \to a$
0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1

} Tautologie ✓

4

$\Rightarrow$ Somit sei die Aussagenformel mittels Wertetabelle gezeigt, dass die Tautologie und somit eine wahre Aussage herauskommt.

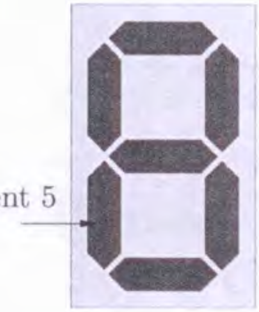
10

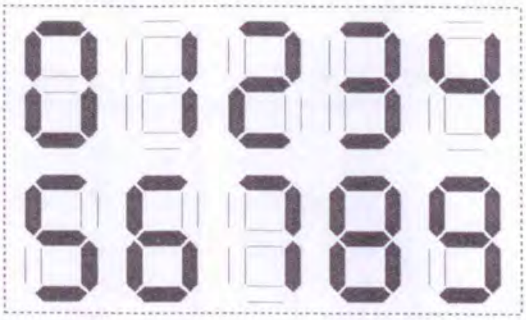
4. Aufgabe

(2 + 6 + 2 Punkte)

Betrachten Sie eine 7-Segment-Anzeige, die Sie sicher kennen:

Segment 5





Die 7 Segmente sind genormt durchnummeriert, von Interesse ist hier nur das Segment 5. Sie können es auffassen als eine Boolesche Funktion s_5 auf 4 Stellen. Die 4 Input-Bits zusammen stellen eine Binärzahl x dar und der Output-Wert gibt an, ob für x aufgefasst als Dezimalziffer das Segment 5 leuchtet (1) oder nicht (0).

a) Tragen Sie das geforderte Verhalten von s_5 in die rechte Tabelle ein: →

b) Ermitteln Sie eine möglichst kurze Aussageformel für s_5. Wählen Sie aus, ob Sie das über die DNF oder die KNF von s_5 machen wollen und verwenden Sie das Verfahren von Karnaugh. Machen Sie die Zwischenschritte nachvollziehbar, wo nicht offensichtlich. Es reicht aber *ein* Diagramm.

c) Wieviele Variablen werden gegenüber der Normalform eingespart?

Ziffer	Input-Bits				Output
x	x_3	x_2	x_1	x_0	s_5
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0

2

b) $f: \neg x_2 \vee x_1$

4. Aufgabe

✓ Diagramm

⇒ Es gibt nur 4 von 16 ~~der~~ Möglichkeiten, wo s_5 1 wird, somit ist für das Karnaugh-Verfahren ~~da~~ die DNF über der ~~K~~ KNF zu bevorzugen. 1

OK – dann müssen Sie die Einsen überdecken, nicht die Nullen

c) $f: \neg x_3 \vee \neg x_1\ x_1$

$\Rightarrow$ ~~DF~~ DNF $= 12 \cdot \cancel{4}\ 4$ Variable

$= 12 \cdot 4 = 48$ Variable

$\Rightarrow DF = x_0 \vee (x_3 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge \neg x_1)$

$= 5$ Variable

⇒ Es werden $48 - 5 = 43$ Variablen gespart. 2

(✓) FF

$\Rightarrow$ ~~$S_5(DF)$~~ ~~$S_5 =$~~

$S_5(x_3, x_2, x_1, x_0) := x_0 \vee (x_3 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge \neg x_1)$

5

5. Aufgabe (6 Punkte)

Beweisen Sie folgende Behauptung mittels vollständiger Induktion:

$$0 + 1 + 4 + 18 + \ldots + n \cdot n! = (n+1)! - 1 .$$ für alle $n \geq \cancel{0}\, 1$

(IA) ~~$n = 0$ $0 \cdot 0! = (0+1)! - 1$~~

$n = 1$: $1 \cdot 1! = (1+1)! - 1$

$1 = 1 \cdot (1+1) - 1$

$1 = 1$ ✓

(IV) Sei die Behauptung gezeigt für alle $1, \ldots, n$.

(IS) $n \to n+1$: $0 + 1 + 4 + 18 + \ldots + (n+1) \cdot (n+1)! = ((n+1)+1)! - 1$

z.z:

$\Leftrightarrow \underbrace{0 + 1 + 4 + 18 + \ldots + n \cdot n!}_{= \text{ laut (IV): } (n+1)! - 1} + (n+1)(n+1)! = [(n+1)+1]! - 1$

$\Leftrightarrow (n+1)! - 1 + (n+1)(n+1)! = [(n+1)+1]! - 1$

$\Leftrightarrow (n+1)n! - 1 + (n+1)(n+1)n! = (n+2)! - 1$

$\Leftrightarrow (n+1)n! + (n+1)(n+1)n! - 1 = n!(n+1)(n+2) - 1$

$\Leftrightarrow (n+1)n!(1 + n + 1) - 1 = n!(n+1)(n+2) - 1$

$\Leftrightarrow (n+1)n!(n+2) - 1 = n!(n+1)(n+2) - 1$

$\Leftrightarrow n!(n+1)(n+2) - 1 = n!(n+1)(n+2) - 1$

Somit sei die Behauptung für $n+1$ gezeigt.

einfacher:

$(n+1)! - 1 + (n+1)(n+1)! = (n+1)!(1 + n + 1) - 1$

$= (n+2)! - 1$

6

5. Aufgabe

NR: $(n+1)! = n!\,(n+1)$

$(n+2)! = n!\,(n+1)(n+2)$

6. Aufgabe (2 + 5 + 2 Punkte)

Gegeben sind die Vektoren $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$.

a) Sind sie linear unabhängig?

b) Welche Dimension hat der von ihnen durch Linearkombination erzeugte Raum?

c) Bestimmen Sie eine Basis ihrer linearen Hülle.

a) $\cancel{\left\{ \begin{matrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \end{matrix} \right\}}$

a)
$$\begin{matrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \\ | \cdot (-1) \text{ Tausche} \\ \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \end{matrix} \quad \cdot (-2)$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \end{matrix} \quad \cdot(-1) \quad | \cdot (-1)$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{matrix} \quad | : 2$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

✓ 2

$\Rightarrow$ in Zeilenstufenform sind 3 Stufen eindeutig belegt,

$\Rightarrow$ ein Vektor von den 4 ist durch die anderen ausdrückbar und somit sind 3 linear unabhängig, ~~aber einer ist abhängig~~

$\Rightarrow$ also nein.

b) $\dim(U) = 3$ von $\mathbb{R}^3$ ✓ 5

c) ~~Basis~~ eine Basis wäre zum Beispiel:

Basis $= \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ ✓ 2

—
9

6. Aufgabe

es gibt keine einzelnen Abhängigkeiten
die 4 Vektoren sind als Menge abhängig

7. Aufgabe (3 + 3 + 5 Punkte)

Gegeben sei die Matrix $A := \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & a_{22} & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Finden Sie möglichst einfach heraus, für welche Werte von a_{22} die Matrix A invertierbar ist.

b) Setzen Sie $a_{22} := 0$ und lösen Sie die Gleichung

$$AB - A = E_3$$

nach B auf.

c) Berechnen Sie die Matrix B aus b). Bestimmen Sie die auftretende Inverse mit dem Verfahren von Gauß-Jordan.

(Tipp: Machen Sie die Probe!)

$-4a_{22}$ $\quad -0 \quad -0$

a) det A:
$$\begin{matrix} 0 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & a_{22} & -1 & 1 & a_{22} \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{matrix}$$

$+0 \quad +2 \quad +2$

NR

$a_{22} = \frac{-4}{-4} = +1$

$\det A = 2 + 2 - 4a_{22}$

$= 4 - 4a_{22}$

$\Rightarrow$ wenn det A ungleich 0, ist die Matrix invertierbar, dann darf a_{22} nicht 1 sein.

$\Rightarrow$ bei $a_{22} = 1$ ist die Matrix nicht invertierbar, bei $a_{22} \neq 1$ ist sie es.

3

7. Aufgabe

b) (5) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = A$ mit $a_{22}=0$ (⇒ Inverse möglich)

Z.z.: B:

$AB - A = E_3$ | Distributiv

$\Leftrightarrow A(B - E_3) = E_3$ $\quad | \cdot A^{-1}$ links

$\Leftrightarrow A^{-1}A(B - E_3) = A^{-1}E_3$

$\Leftrightarrow E_3(B - E_3) = A^{-1}$

$\Leftrightarrow B - E_3 = A^{-1}$ $\quad | + E_3$

$\Leftrightarrow B = A^{-1} + E_3$ ✓

3

⇒ Inverse von A ist zu bilden ✓

A^{-1}:

$$\begin{array}{ccc|ccc} \multicolumn{3}{c|}{A} & \multicolumn{3}{c}{E_3} \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -2 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 4 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -2 & 1 \\ \hline 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & -2 & 1 \end{array}$$

$\cdot(-2)$; $+$; Tausche; Tausche; $| \cdot \frac{1}{4}$

$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \hline 1 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{array}$$

$+$; $\cdot(-2)$; $+$

$\Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$

$\Rightarrow B = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow B = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{5}{4} \end{pmatrix}$

$\cancel{B = A^{-1} + E_3}$

$\cancel{B = \frac{1}{4}}$

$$A^{-1} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \cdot(-2)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -2 & 1 \end{array}\right) +$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 4 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -2 & 1 \end{array}\right) \mid :4$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -2 & 1 \end{array}\right) + \quad \cdot(-2)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{array}\right)$$

✓

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$B = A^{-1} + E_3$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{5}{4} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{5}{4} \end{pmatrix}$$

$\frac{5}{11}$ ✓

Diese Seite wird nicht gewertet!

Wichtige Hinweise:

1. Diese Klausur ist eine **Prüfungsleistung im Sinne der RPO**. Ein Täuschungsversuch führt beim ersten Mal zu einer *schriftlichen Verwarnung*, beim wiederholten Mal zu einem *sofortigen Ausschluss von der Teilnahme* unter Einziehung des Klausurheftes. Der Versuch zählt dann mit *Note 5.0*.

2. Sollten Sie während der 15-minütigen Durchsichtphase zu dem Entschluss kommen, die Klausur nicht mitzuschreiben, so können Sie mir das leere Klausurheft zurückgeben und gehen. Der Versuch zählt dann nicht. Nach Beginn der 180-minütigen Bearbeitungsphase zählt der Versuch in jedem Fall.

3. Während der Durchsichtphase werde ich zu Ihnen kommen und Ihre Identität überprüfen. Bitte halten Sie einen amtlichen Lichtbildausweis bereit. **Ohne Ausweis keine Teilnahme.**

4. **Während der Bearbeitung sind zugelassen:**
   - Die von mir zur Verfügung gestellten Handouts, ggf. mit Ihren schriftlichen Nachbereitungen darauf. *Darauf steht Ihr Name.*
   - Maximal zwei von Ihnen beidseitig beschriftete DIN A 4-Blätter, bei Ausdruck oder Kopie nicht kleiner als mit 12-Punkt-Schrift. *Darauf steht Ihr Name.*
   - Dieses Klausurheft.
   - Permanente, nicht editierbare Schreibstifte.

5. **Nicht zugelassen sind:**
   - Meine Unterrichtsaufzeichnungen, Aufgabenstellungen oder Lösungen von Übungsblattern.
   - Jegliche Formelsammlungen.
   - Jegliche elektronische Geräte, die mehr können als die laufende Uhrzeit anzeigen.
   - Jegliche editierbaren Schreibstifte.

6. **Schreiben Sie ausschließlich in dieses Aufgabenheft.** Ihre mitgebrachten Unterlagen sind zum Lesen. Wenn Sie sie beschreiben, werde ich sie einziehen.

7. Schreiben Sie sämtliche Schritte, die gewertet werden sollen, unbedingt auf die **dafür vorgesehenen Seiten**. Sollten Sie dafür weiteres **freies Papier** benötigen, so bekommen Sie das ausschließlich von mir. Anderes Material werde ich nicht akzeptieren.

   Platz zum Probieren finden Sie **ab Seite 14**. **Was dort steht, wird nicht gewertet.** Wenn Sie auf den Seiten 2–13 Text aus der Wertung nehmen wollen, *rahmen Sie ihn bitte ein und streichen ihn erkennbar durch.* Zwei verschiedene angebotene Lösungen werden **beide nicht bewertet**.

8. Es gibt **Punkte für alle Teile** eines Lösungsweges: Ansatz, Rechnung und Ergebnis. Alle Ihre Schritte müssen **begründet** werden (außer wo *explizit* anders gesagt) und **klar nachvollziehbar** sein.

9. Diese Klausur gilt als **bestanden**, wenn Sie in einer Bearbeitungszeit von **180 Minuten** insgesamt mindestens **45% der Punkte** erreichen. Ihre Vorleistungen von Aufgaben oder Zwischentests werden dabei einbezogen. Die Differenzierung in Noten erfolgt gleichmäßig innerhalb des Bereichs 45–100% der Punkte.