Beuth-Hochschule für Technik
University of Applied Sciences
J. Mendez

WiSe 09
1. Klausurprüfung
08.02.10

Mathematik für Medieninformatiker 1

Die Klausur gilt als bestanden wenn mindestens 19 Punkte erreicht werden.
Bitte begründen Sie jede Antwort. Eine Antwort ohne Begründung wird nicht bewertet.
Zugelassene Hilfsmittel: 2 beidseitig eigenhändig beschriebene DIN A4 Blätter, Taschenrechner, Schultafelwerk.
Bearbeitungszeit: 115 Min.

1	2	3	4	5	6	7	Σ	Bew.

1. Es seien p und q Aussagen.

   (a) Zeigen Sie: $(p \vee (p \wedge q)) \Leftrightarrow p$.

   (b) Zeigen Sie: $(p \wedge (p \vee q)) \Leftrightarrow p$.

   (c) Es sei B eine Boolesche Algebra. Es gilt $a + (a \cdot b) = a$ und $a \cdot (a + b) = a$ (Absorptiongesetze oder Adjunktivität). Ist es möglich diese Gesetze unter Verwendung der obigen logischen Äquivalenzen zu beweisen?

   6 Punkte

2. Es sei $F(a,b,c) = (a+b)\bar{c}$ eine Boolesche Funktion. Bestimmen Sie die DNF von F.

   4 Punkte

3. Gegeben sind folgende Sätze der Prädikatenlogik:
   (1) $\neg\bigwedge_x A(x) \Leftrightarrow \bigvee_x \neg A(x)$
   (2) $\neg\bigwedge_x \neg A(x) \Leftrightarrow \bigvee_x A(x)$
   (3) $\neg\bigvee_x A(x) \Leftrightarrow \bigwedge_x \neg A(x)$

   Zu jedem dieser Sätze ist eine Menge $M \neq \emptyset$ und eine Aussage $A(x), x \in M$ als Beispiel zu definieren.
   6 Punkte

4. Es seien $B : P \to [0,1]$ eine Wahrheitsbelegung, $p :=$ „Die Bahn A fährt“ und $q :=$ „Die Bahn B fährt“ Aussagen mit $B^*(p) = 0,70$ und $B^*(q) = 0,93$. Mit sorgfältiger Begründung bestimmen Sie den Wahrheitswert der Aussage „Die Bahn A fährt nicht und die Bahn B auch nicht “ Welche Werte müsste die Wahrheitsbelegung B p und q zuweisen, wenn der Wahrheitswert von $p \wedge q$ 0,95 betragen soll?

   4 Punkte

5. Es seien

$$d = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \text{-}\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \in M_{(2,2)}(\mathbb{R})$$

mit $\alpha = \frac{\pi}{4}$ sowie

$$s = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_{(2,2)}(\mathbb{R})$$

Berechnen Sie s^2. Was bewirkt $d^n\,\vec{e_1}, n = 1, 2, 3$ auf $\vec{e_1}$?. Berechnen Sie $s\,\vec{e_1}$. Skizzieren Sie das Rechteck mit den Ecken A, B, C, D mit den Ortsvektoren $\vec{e_1}, \vec{e_2}, -\,\vec{e_1}$ und $-\,\vec{e_2}$. Was bewirkt das Produkt von s und d mit den Ortsvektoren? Gilt $sd = ds$? Bestimmen Sie s^{-1} und d^{-1}.
8 Punkte

6. Es sei A die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

   (a) Unter Verwendung vom Gauß'schen Algorithmus zeigen Sie, dass das lineare Gleichungssystem $A\,\vec{x}{=}\vec{b}$ mit

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

   unendlich viele Lösungen besitzt. Sie müssen nicht die Lösungen angeben.

   (b) Bestimmen Sie den Rang von A

8 Punkte

7. Zeigen Sie, dass die Aussage

$$\bigwedge_{x,y} \bigvee_{a,b} \left(\quad (x, y, a, b \in \mathbb{R}) \wedge (log_2(\frac{4096^x}{1024^y}) = ax + by) \quad \right)$$

eine wahre Aussage ist, indem Sie a und b bestimmen.
2 Punkte