

## Prüfung A zum Abschluss des Semesters

Name

Matr.-Nr.

Letzte Wiederholung der Prüfung gemäß RPO

 Ja  Nein

Ich bestätige mit meiner Unterschrift, dass ich diese Klausur alleine und nur mit den zugelassenen Hilfsmitteln bearbeitet habe.

Unterschrift :

Verwenden Sie nur diese Blätter für Ihre Berechnungen und Lösungen.

Alle Ihre Schritte müssen begründet werden und nachvollziehbar sein!  
Bitte tragen Sie Ihre Ergebnisse in die doppelt umrandeten Kästchen ein.

Punkte	1. Aufgabe	12	9
	2. Aufgabe	16	11,5
	3. Aufgabe	12	8
	4. Aufgabe	18 + ***	16,5
	5. Aufgabe	8	6
	<b>Gesamt</b>	<b>66 + ***</b>	<b>51</b>

Maximal 60 Punkte werden gewertet. Bei mindestens 27 Punkten: bestanden!

Note

1,3 Göbel

Prima!

Zuerst:  
Genau lesen

Dann:  
Denken

Dann:  
Viel Erfolg!

1. Kurzfragen. Begründungen sind hier nicht notwendig!

Bitte ankreuzen: W für wahr, F für falsch.

Bewertung : Richtiges Kreuz : 1 Punkt. Falsches Kreuz : 1 Punkt Abzug

(a) Betrachtet werden dreidimensionale reelle Vektoren. (Abkürzungen: l.u. : linear unabhängig; l.a. : linear abhängig)			
Für alle $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^3$ gilt: $x_1, x_2, x_3$ l.u. $\Rightarrow x_1, x_2$ l.u. ....	<input checked="" type="checkbox"/> W	<input type="checkbox"/> F	✓
Für alle $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^3$ gilt: $x_1, x_2, x_3$ l.a. $\Rightarrow x_1, x_2$ l.a. ....	<input type="checkbox"/> W	<input checked="" type="checkbox"/> F	✓
Für alle $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^3$ gilt: $x_1, x_2$ l.a. $\Rightarrow x_1, x_2, x_3$ l.a. ....	<input checked="" type="checkbox"/> W	<input type="checkbox"/> F	✓
Für alle $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^3$ gilt: $x_1, x_2, x_3$ l.a. $\Rightarrow x_1+x_2, x_2, x_3$ l.a. ....	<input checked="" type="checkbox"/> W	<input type="checkbox"/> F	✓
Für alle $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^3$ gilt: $x_1, x_2, x_3$ l.u. $\Rightarrow x_1+x_2, x_2, x_3$ l.u. ....	<input type="checkbox"/> W	<input checked="" type="checkbox"/> F	f
Für alle $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^3$ gilt: $x_1, x_2, x_3$ l.u. $\Rightarrow x_1, x_1+x_2, x_2, x_3$ l.u. ....	<input type="checkbox"/> W	<input checked="" type="checkbox"/> F	✓
(b) Betrachtet werden reelle 3x3-Matrizen. (N: Nullmatrix; Abkürzung: inv. : invertierbar)			
Für alle $A, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gilt: $A$ inv. $\wedge$ $B$ inv. $\Rightarrow A \cdot B$ inv. ....	<input type="checkbox"/> W	<input checked="" type="checkbox"/> F	f
Für alle $A, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gilt: $A$ inv. $\wedge$ $B$ inv. $\Rightarrow A + B$ inv. ....	<input type="checkbox"/> W	<input checked="" type="checkbox"/> F	✓
Für alle $A, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gilt: $A \cdot B$ inv. $\Rightarrow A$ inv. $\wedge$ $B$ inv. ....	<input type="checkbox"/> W	<input checked="" type="checkbox"/> F	f
Für alle $A, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gilt: $A + B$ inv. $\Rightarrow A - B$ inv. ....	<input type="checkbox"/> W	<input checked="" type="checkbox"/> F	✓
Für alle $A, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gilt: $A \cdot B = N \Rightarrow A = N \vee B = N$ .....	<input type="checkbox"/> W	<input checked="" type="checkbox"/> F	✓
Für alle $A, B, C \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gilt: $A \cdot B = A \cdot C \Rightarrow B = C$ .....	<input type="checkbox"/> W	<input checked="" type="checkbox"/> F	✓
	+ 9	- 3	

## 2. Kleinaufgaben. Begründungen nicht vergessen!

- (a) Geben Sie die Wahrheitstafel der Aussage  $P(p,q,r) : \neg p \wedge q \rightarrow (\neg p \vee r \rightarrow \neg r \wedge q)$  an. Geben Sie für  $P(p,q,r)$  einen semantisch äquivalenten Booleschen Term (BT) an. 5

p	q	r	$\neg p$	$\wedge$	q	$\rightarrow$	$(\neg p$	$\vee$	r	$\rightarrow$	$\neg r$	$\wedge$	q)
W	W	W	F	F	W	W	F	W	W	F	F	F	W
W	W	F	F	F	W	W	F	F	F	W	W	W	W
W	F	W	F	F	F	W	F	W	W	F	F	F	F
W	F	F	F	F	F	W	F	F	F	W	W	F	F
F	W	W	W	W	W	F	W	W	W	F	F	F	W
F	W	F	W	W	W	W	W	W	F	W	W	W	W
F	F	W	W	F	F	W	W	W	W	F	F	F	F
F	F	F	W	F	F	W	W	W	F	F	W	F	F

Reihenfolge    2.   3.   1.   11.   4.   8.   5.   10.   6.   9.   7.

4,5

Semantisch äquivalenter BT:  $(\neg p \wedge q) \vee (\neg r \wedge (p \vee q))$

- (b) Lösen Sie die folgenden Gleichungen:

a.  $e^{2x-1} + e^{x-1} = 3$        $x = (1,3) : 3 = 0,366204096$  f

b.  $\log_{x-2}(x^3 - 6x^2 + 16) = 3$        $x = 2$  r

c.  $(\ln x)^2 - \ln x = \frac{1}{2}$        $x = 4$  f

6  
2

- (c) Für welche  $n, k \in \mathbb{N}_0$  gilt  $\binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1}$ ?       $n=k \in \mathbb{N}_0$

2  
2

- (d) Gibt es ein  $a \in \mathbb{R}$ , so dass je 2 der 3 Vektoren senkrecht aufeinanderstehen?

$$\begin{pmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ a^2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \\ a^2 \end{pmatrix}$$

3  
3

Ja,  $a = -1$       Nein, denn ....

(d) (1)  $1 \cdot a + a \cdot a^2 + a^2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \stackrel{!}{=} a^3 + a^2 + a + 1$

(2)  $1 \cdot 1 + a \cdot 1 + a^2 \cdot a + 1 \cdot a^2 \stackrel{!}{=} a^3 + a^2 + a + 1$

(3)  $a \cdot 1 + a^2 \cdot 1 + 1 \cdot a + 1 \cdot a^2 \stackrel{!}{=} 2a^2 + 2a$

wenn Skalarprodukt = 0, dann Vektoren senkrecht

Sind doch Zahlen keine Aussagen!

$2 \stackrel{!}{=} a = -1$   
 $(1) \Leftrightarrow -1 + 1 \cdot 1 + 1 + 1 = 0$

$(2) \Leftrightarrow -1 + 1 - 1 + 1 = 0$

$2 \stackrel{!}{=} (3) \Leftrightarrow 2 - 2 = 0$

wenn  $a = -1$ , dann alle 3 Vektoren senkrecht zu einander.

$$2(a) \quad \neg p \wedge q \rightarrow (\neg p \vee r \rightarrow \neg r \wedge q)$$

$$\Leftrightarrow \neg p \wedge q \rightarrow (\neg(\neg p \vee r) \vee (\neg r \wedge q))$$

$$\Leftrightarrow \neg p \wedge q \rightarrow ((p \wedge \neg r) \vee (\neg r \wedge q))$$

$$\Leftrightarrow \neg p \wedge q \rightarrow (\neg r \wedge (p \vee q))$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg p \wedge q) \vee (\neg r \wedge (p \vee q))$$

$$\Leftrightarrow (p \vee \neg q) \vee (\neg r \wedge (p \vee q))$$

~~$$\Leftrightarrow ((p \vee \neg q) \vee \neg r) \wedge ((p \vee \neg q) \vee (p \vee q))$$~~

~~$$\Leftrightarrow ((p \vee \neg q) \vee \neg r) \wedge (p \vee p \vee q \vee \neg q)$$~~

~~$$\Leftrightarrow ((p \vee \neg q) \vee \neg r) \wedge (p \vee q)$$~~

~~$$\Leftrightarrow ((p \vee \neg q) \vee \neg r) \wedge W$$~~

~~$$\Leftrightarrow ((p \vee \neg q) \vee \neg r)$$~~

~~(b) 
$$e^{2x+1} + e^{x-1} = 3$$~~

~~$$\Leftrightarrow \lg(e^{2x+1}) + \lg(e^{x-1}) = \lg 3$$~~

~~$$\Leftrightarrow (2x+1) \cdot \lg(e) + (x-1) \cdot \lg(e) = \lg 3 \quad | : \lg(e)$$~~

~~$$\Leftrightarrow 2x+1 + x-1 = \frac{\lg 3}{\lg e}$$~~

~~a. 
$$e^{2x+1} + e^{x-1} = 3$$~~

~~$$\Leftrightarrow \ln(e^{2x+1}) + \ln(e^{x-1}) = \ln 3$$~~

~~$$\Leftrightarrow (2x+1) \cdot \ln(e) + (x-1) \cdot \ln(e) = \ln 3$$~~

~~$$\Leftrightarrow 2x+1 + x-1 = \ln 3$$~~

~~$$\Leftrightarrow 3x = \ln 3$$~~

~~$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln 3}{3}$$~~

$$(b) \quad \log_{(x-2)}(x^3 - 6x^2 + 16) = 3$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow (x^3 - 2)(x-2)(x-2) = x^3 - 6x^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4)(x+4)(x-2) = x^3 - 6x^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 6x^2 + 8x + 4x - 8 = x^3 - 6x^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = x^3 - 6x^2 + 16 \quad | -x^3 | +6x^2$$

$$12x = 24 \quad | :12$$

$$x = 2 \quad \checkmark$$

$$c. \quad (dx)^2 - dx = \frac{1}{2} \quad | : dx$$

$$\Leftrightarrow dx - 1 = \frac{dx}{2} \quad | \cdot 2 \quad \frac{1}{2 \cdot dx} !$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot dx - 2 = dx$$

$$\Leftrightarrow d(x^2) - dx = 2$$

$$\Leftrightarrow d(x^2) + d\left(\frac{1}{x}\right) = 2$$

$$\Leftrightarrow d\left(\frac{x^2}{x}\right) = 2$$

$$\Leftrightarrow dx = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 2^2 = 4 \quad f$$

$$(c) \quad \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{(n+1)!}{(k+1)! \cdot (n+1-(k+1))!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{(n+1)!}{(k+1)! \cdot (n-k)!}$$

$$\Leftrightarrow n! \cdot (k+1)! \cdot (n-k)! = (n+1)! \cdot k! \cdot (n-k)! \quad | : (n-k)! |$$

$$\Leftrightarrow n! \cdot (k+1)! = (n+1)! \cdot k! \quad | : k! \quad | + \dots$$

$$\Leftrightarrow \frac{n! \cdot (k+1)!}{k!} = (n+1)! \quad | : n!$$

$$\Leftrightarrow \frac{(k+1)!}{k!} = \frac{(n+1)!}{n!}$$

$$\Leftrightarrow k+1 = n+1 \quad | -1$$

$$k = n \quad \checkmark$$

3. Es seien  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  und  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

a. Bestimmen Sie die Matrix X aus der Gleichung  $A = X \cdot B$ .

Gehen Sie dabei so vor:

- (i) Berechnen Sie  $B^{-1}$ . Verwenden Sie den Gauß-Jordan Algorithmus.
- (ii) Berechnen Sie dann X mit Hilfe von  $B^{-1}$ . Verwenden Sie das Falk-Schema.

b. Berechnen Sie – falls möglich – die Determinanten der Matrizen A, B,  $B^{-1}$ , X.

12

7

1

a.  $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$   $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

b.  $\det A = -2$

$\det B = -1$

$\det B^{-1} = 1$

$\det X = 4$

Wahrscheinlich?

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 \cdot (-2) & | & 1 \cdot (-1) & | \\ 0 & -2 & -1 & & & & \\ 0 & 0 & 1 & & & & \\ 0 & 1 & 1 & & & & \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 1 \cdot (-1) & | & 1 \cdot (-4) & | & 1 \cdot (-2) \\ 0 & 0 & 1 & & & & \\ 0 & -4 & -1 & & & & \\ 0 & -2 & -1 & & & & \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Warum  
tun  
Sie  
hier?  
Und  
warum?

3) a)

$$\begin{array}{c}
 \text{(i)} \\
 \begin{array}{ccc|ccc}
 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & | \cdot(-1) \quad | \cdot(-2) \\
 \cdot(-1) \quad \begin{array}{ccc|ccc}
 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\
 0 & -1 & -1 & -2 & 0 & 1 \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & | \cdot 1 \\
 \cdot(-1) \quad \begin{array}{ccc|ccc}
 0 & 0 & -1 & -3 & 1 & 1 \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & -1 \\
 \hline
 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & \swarrow \\
 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & | \cdot(-1) \\
 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & -1 & \# \\
 \hline
 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & \swarrow \\
 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & -1 & | \cdot(-1) \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \neq$$

$$\begin{aligned}
 A &= X \cdot B \quad | \cdot B^{-1} \\
 \Leftrightarrow A \cdot B^{-1} &= X \cdot B \cdot B^{-1} \\
 \Leftrightarrow A \cdot B^{-1} &= X \cdot E \\
 \Leftrightarrow A \cdot B^{-1} &= X
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc|ccc}
 & & & -1 & 1 & 1 \\
 & & & -1 & 1 & 0 \\
 & & & 3 & -1 & -1 \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 2 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 2 & 4 & 0 & -1 \\
 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & -1 \\
 \hline
 \end{array} \quad (\checkmark)$$

4. Gegeben sind die reellen Funktionen $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ und $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$	
a. Geben Sie für f und g jeweils den maximalen Definitionsbereich, Pole, Nullstellen und Asymptote an.	4
b. Geben Sie die Zuordnungsvorschriften der folgenden Funktionen als gebrochen rationale Funktionen an und bestimmen Sie jeweils den maximalen Definitionsbereich, Pole, Nullstellen und Asymptote: $f \cdot g, f/g; f \circ f; g \circ g$	14
Zusatzaufgabe: Erläutern Sie, dass die Umkehrfunktion von f existiert und geben Sie sie an mit Definitionsbereich, Polen, Nullstellen und Asymptote.	***

	Zuordnungsvorschrift	Definitionsbereich	Pole	Nullstellen	Asymptote
a.	$f(x) = \frac{x+2}{x+1}$	$\mathbb{R} \setminus \{-1\}$	-1	-2	a(x) = 1
	$g(x) = \frac{x-1}{x+2}$	$\mathbb{R} \setminus \{-2\}$	-2	1	a(x) = 1
b.	$(f \cdot g)(x) = \frac{x-1}{x+1}$	$\mathbb{R} \setminus \{-1\}$	-1	1	a(x) = 1
	$(f/g)(x) = \frac{(x+2)^2}{(x-1)^2} \cdot \frac{(x+2)^2}{x^2-1}$	$\mathbb{R} \setminus \{-1; -1\}$	-1; -1	-2	a(x) = 1
	$(f \circ f)(x) = \frac{3x+4}{2x+3}$	$\mathbb{R} \setminus \{-1; -1,5\}$	-1; -1,5	$-\frac{6}{3}$	a(x) = x
	$(g \circ g)(x) = \frac{1}{3x+3}$	$\mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$	-2; -1	/	a(x) = /
Zu- satz	$f^{-1}(x) = \frac{2-x}{x-1}$	$\mathbb{R} \setminus \{-1\}$	1	2	a(x) = $\frac{2}{x}$

$$4. a) \quad \frac{x+2}{x+1} : \frac{x+1}{1} = 1 + \frac{1}{x+1}$$

$$\frac{x-1}{x+2} : \frac{x+2}{-3} = 1 - \frac{3}{x+2}$$

$$\frac{x^2+4x+4}{x^2-1} : \frac{x^2-1}{4x-1} = 1 + \frac{4x+1}{x^2-1}$$

$$(f \circ f)(x) = \frac{\left(\frac{x+2}{x+1}\right) + 2}{\left(\frac{x+2}{x+1}\right) + 1} = \frac{\frac{(x+2) + 2(x+1)}{x+1}}{\frac{(x+2) + (x+1)}{x+1}} = \frac{3x+4}{x+1} \cdot \frac{x+1}{2x+3} = \frac{3x+4}{2x+3}$$

$$(g \circ g)(x) = \frac{\left(\frac{x-1}{x+2}\right) - 1}{\left(\frac{x-1}{x+2}\right) + 2} = \frac{\frac{(x-1) - (x+2)}{x+2}}{\frac{(x-1) + 2(x+2)}{x+2}} = \frac{-3}{x+2} \cdot \frac{x+2}{3x+3} = -\frac{1}{3x+3}$$

~~$$f(x) = \frac{x+2}{x+1}$$~~

~~$$\Leftrightarrow x = \frac{f^{-1}(x) + 2}{f^{-1}(x) + 1}$$~~

~~$$\Leftrightarrow x \cdot (f^{-1}(x) + 1) = f^{-1}(x) + 2$$~~

~~$$\Leftrightarrow (x \cdot f^{-1}(x)) + x = f^{-1}(x) + 2$$~~

~~$$(x \cdot f^{-1}(x)) - f^{-1}(x) = 2 - x$$~~

~~$$\Leftrightarrow x \cdot f^{-1}(x) = f^{-1}(x) + 2 - x \quad | :x$$~~

~~$$\Leftrightarrow f^{-1}(x) = \frac{f^{-1}(x)}{x} + \frac{2}{x} - 1$$~~

~~$$\Leftrightarrow x \cdot f^{-1}(x) = \frac{f^{-1}(x)}{x} + \frac{2}{x} - 1$$~~

$$f(x) = \frac{x+2}{x+1} \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{y+2}{y+1} \Leftrightarrow$$

$$xy + x = y + 2 \Leftrightarrow$$

$$xy = y + 2 - x \Leftrightarrow$$

$$xy - y = 2 - x \Leftrightarrow$$

$$(x-1)y = 2 - x \Leftrightarrow$$

$$y = \frac{2-x}{x-1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{2-x}{x-1}$$

*Kern Polynom!*

$$\frac{(2-x) : (x-1) = \frac{2}{x} + \frac{x}{(x-1)(x-1)}}{x \cdot \frac{2-x}{x-1} = \frac{2-x}{x-1}}$$

$$(-x+2) : (x-1) = -1 + \frac{1}{x-1}$$

5. Geben Sie die Summendarstellung von  $\left(\frac{x^2}{2} + 2\right)^{12}$  an.

8

Berechnen Sie die Koeffizienten von  $x^k$  für  $k = 0, 4, 17, 20$ .

6

$$\left(\frac{x^2}{2} + 2\right)^{12} = \frac{x^{24}}{4096} + \frac{3 \cdot x^{22}}{512} + \frac{33x^{20}}{8} + \frac{55x^{18}}{16} + \frac{495x^{16}}{16} + 198x^{14} + 924x^{12} + 3168x^{10} + 7920x^8 + 14080x^6 + 16896x^4 + 12288x^2 + 4096$$

Koeffizient von  $x^0$ : 0 *f* **Ordnung!** *haben!* Koeffizient von  $x^4$ : 16896 ✓

Koeffizient von  $x^{17}$ : 0 ✓ Koeffizient von  $x^{20}$ :  $\frac{33}{8}$  *f*

$$\begin{aligned} 5. \quad \left(\frac{x^2}{2} + 2\right)^{12} &= \binom{12}{0} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)^{12} + \binom{12}{1} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)^{11} \cdot 2 + \binom{12}{2} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)^{10} \cdot 4 + \binom{12}{3} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)^9 \cdot 8 \\ &+ \binom{12}{4} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)^8 \cdot 16 + \binom{12}{5} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)^7 \cdot 32 + \binom{12}{6} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)^6 \cdot 64 + \binom{12}{7} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)^5 \cdot 128 \\ &+ \binom{12}{8} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)^4 \cdot 256 + \binom{12}{9} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)^3 \cdot 512 + \binom{12}{10} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)^2 \cdot 1024 + \\ &+ \binom{12}{11} \cdot \frac{x^2}{2} \cdot 2048 + \binom{12}{12} \cdot 4096 \quad \checkmark \\ &= \frac{x^{24}}{4096} + 12 \cdot \frac{x^{22}}{2048} + \boxed{66 \cdot \frac{x^{20}}{1024} \cdot 4} + 220 \cdot \frac{x^{18}}{512} \cdot 8 \\ &+ 495 \cdot \frac{x^{16}}{256} \cdot 16 + 792 \cdot \frac{x^{14}}{128} \cdot 32 + 924 \cdot \frac{x^{12}}{64} \cdot 64 \\ &+ 792 \cdot \frac{x^{10}}{32} \cdot 128 + 495 \cdot \frac{x^8}{16} \cdot 256 + 220 \cdot \frac{x^6}{8} \cdot 512 \\ &+ 66 \cdot \frac{x^4}{4} \cdot 1024 + 12 \cdot \frac{x^2}{2} \cdot 2048 + \boxed{4096} \\ &= x^{24} \cdot \frac{1}{4096} + x^{22} \cdot \frac{3}{512} + \boxed{\frac{33}{8}} \cdot x^{20} + \frac{55}{16} x^{18} + \frac{495}{16} x^{16} \\ &+ 198 x^{14} + 924 x^{12} + 3168 x^{10} + 7920 x^8 + 14080 x^6 \\ &+ 16896 x^4 + 12288 x^2 + 4096 \end{aligned}$$

$$\frac{66 \cdot 4}{1024} = \frac{66}{256} = \frac{33}{128} \neq \frac{33}{8}$$

$$\binom{12}{2} = \frac{12!}{2!(12-2)!} = \frac{12!}{2! \cdot 10!} = \frac{11 \cdot 12}{2} = 66$$

$$\binom{12}{3} = \frac{12!}{3! \cdot 9!} = \frac{5 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12^4}{2 \cdot 2} = \frac{20 \cdot 11}{1} = 220$$

$$\binom{12}{4} = \frac{12!}{4! \cdot 8!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12^5}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 49 \cdot 11 = 450 + 45 = 495$$

$$\binom{12}{5} = \frac{12!}{5! \cdot 7!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 8 \cdot 9 \cdot 11 = 792$$

$$\binom{12}{6} = \frac{12!}{6! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12^3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 474$$